

Mag. Roman Knor

Einführung in die Handhabung des TI-92

Themenbereich	
Einführungsskriptu	
Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none">• Die Grundrechnungsarten• Lösen quadratischer Gleichungen• Diskussion von Polynomfunktionen	<ul style="list-style-type: none">• Den TI-92 kennen lernen• Einfache Grundaufgaben durchführen können• Die Grafikfähigkeiten des Rechners kennen lernen
<p>Das Skriptum richtet sich an Benutzer, die noch nicht, oder sehr wenig mit dem TI-92 gearbeitet haben. Es werden die grundlegenden Fähigkeiten erklärt und einige Beispiele aus dem Bereich der Oberstufe gerechnet.</p>	

Einführung in die
TI - 92
Handhabung des

Roman Knor

BORG 3

Einführung

Der TI-92 ist kein Taschenrechner im herkömmlichen Sinn, sondern ein Computeralgebrasystem (CAS); d. h. seine Fähigkeiten gehen über das reine Rechnen mit Zahlen hinaus, wie z. B.: Lösen von Gleichungen, differenzieren und integrieren von Termen usw.

Trotzdem lautet meist die erste Frage sowohl von Schülern als auch von Kollegen: „Kann dieser Rechner überhaupt noch so einfache Dinge wie $2 + 2$ rechnen?“

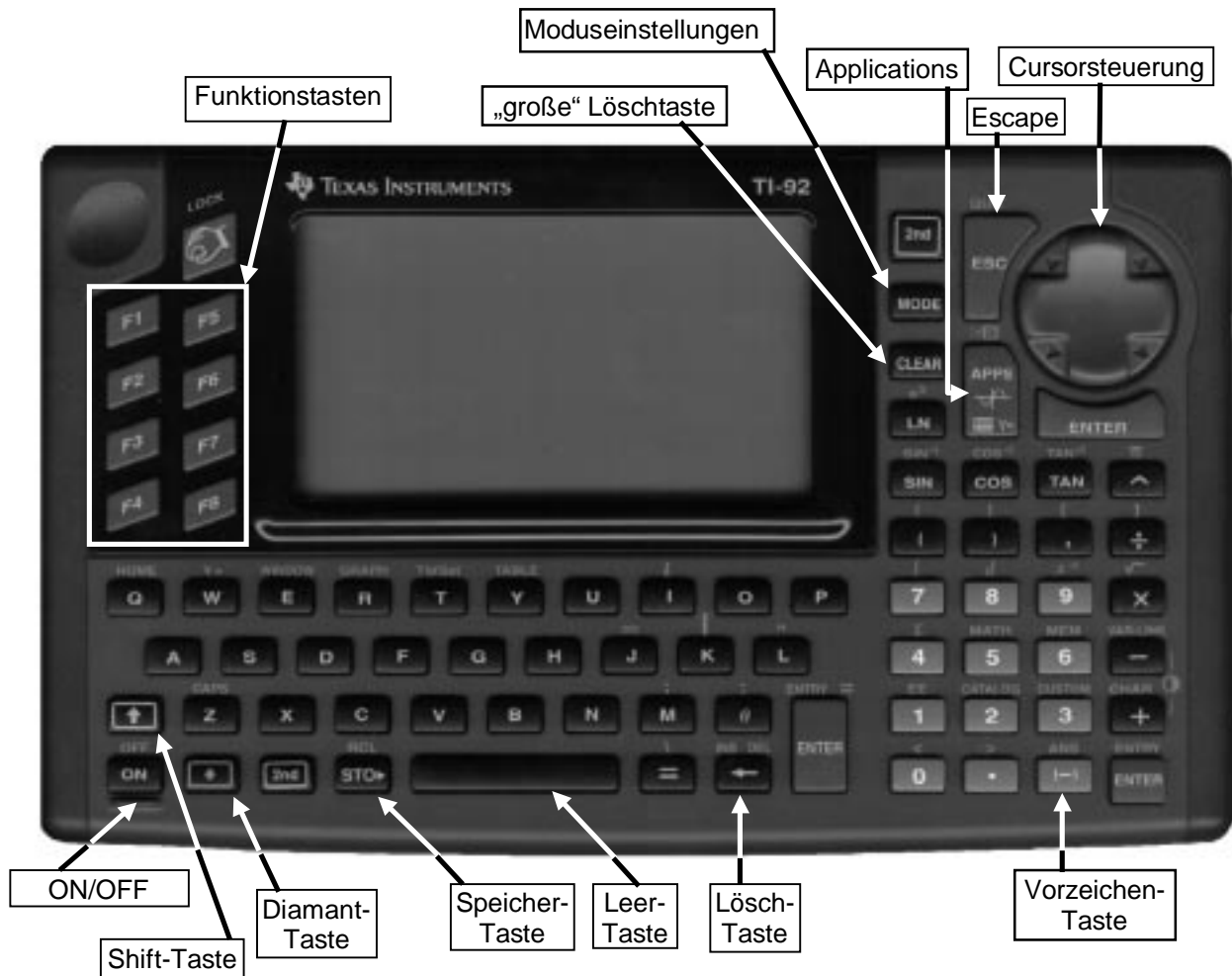
Wir wollen daher nach einer kurzen Beschreibung der Tastatur die grundlegenden Funktionen des TI-92 an Hand solch einfacher und somit schnell nachvollziehbarer Rechnungen kennenlernen.

Mit dem TI-92 ist sicherlich ein großartiges Hilfsmittel für den Mathematikunterricht gegeben. Aber bei aller Euphorie, die man diesem Gerät entgegenbringt, sollte man ihm niemals blind vertrauen, denn auch Computer können irren, was der TI-92 auch schon oft unter Beweis stellte. Kritisches Hinterfragen von Rechenergebnissen, Kennen verschiedener Lösungsstrategien, händische Rechenfertigkeiten und last but not least fundiertes Hintergrundwissen werden daher auch in Zukunft noch nicht zum alten Eisen gehören, im Gegenteil, sie werden unter Umständen teilweise mehr Raum im Mathematikunterricht beanspruchen als bisher.

Andererseits wird es der TI-92 ermöglichen, Aufgaben- und Problemstellungen im Unterricht zu bearbeiten, die aufgrund ihres Umfangs in herkömmlicher Art nur schwer oder gar nicht zu lösen gewesen wären. (z.B. lange Listen in der Stochastik, komplexere Extremwertaufgaben in der Differentialrechnung,). Dies wird mit großer Wahrscheinlichkeit für so manchen Schüler bzw. für so manche Schülerin tiefere Einsichten in und klareres Verständnis für den Mathematiklehrstoff bringen.

In diesem Sinne, viel Spaß bei einer interessanten Entdeckungsreise durch die Welt eines Computeralgebrasystems; möge sie nicht allzu hürdenreich und beschwerlich werden.

Die Tastatur des TI-92



Verwendete Schreibweisen:

2nd [Tastename] Aufruf einer Tasten-Zweitbelegung; z.B.: 2nd [ANS], 2nd [CATALOG]

◆ [Tastename] Aufruf einer Tasten-Drittbelegung; z.B.: ◆ [WINDOW], ◆ [HOME]

Tastename übrige Tastenaufrufe

➡ Cursor nach rechts

➠ Cursor nach links

⬆ Cursor nach oben

⬇ Cursor nach unten

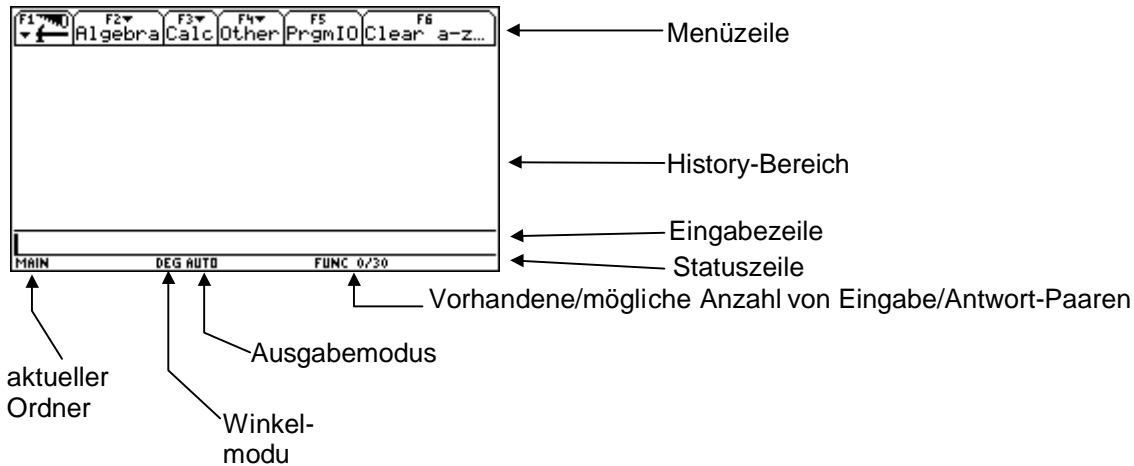
2nd ➡ Cursor an das Zeilenende

2nd ➠ Cursor an den Zeilenanfang

Einfache Rechnungen

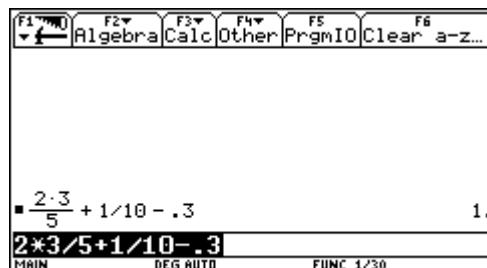
Zunächst soll überprüft werden, ob der TI-92 addieren und subtrahieren kann.

Nach dem Einschalten des Rechners mit der Taste **ON** erscheint der Ausgangsbildschirm:



In der Eingabezeile wird nun die gewünschte Rechnung eingetippt und mit der **ENTER**-Taste abgeschlossen. Danach erscheint die Eingabe im sogenannten Pretty-Print auf der linken Seite des History-Bereiches. Rechts wird das Ergebnis angezeigt.

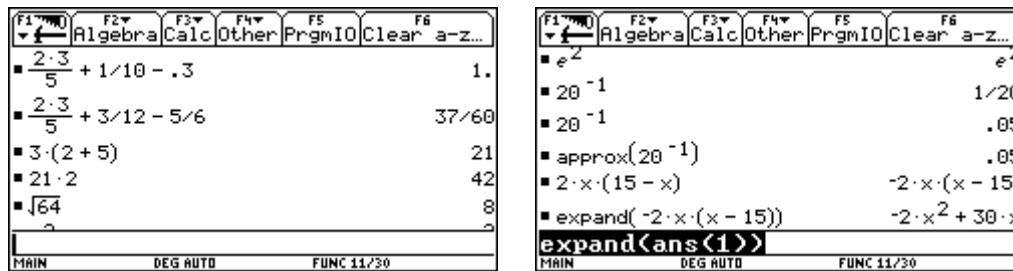
Anmerkung: In der Statuszeile steht rechts nun FUNC 1/30; d. h. 1 Wertepaar von 30 möglichen vorhanden.



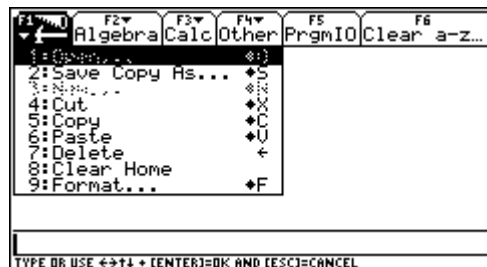
Die Eingabezeile ist invers dargestellt; sie wird daher durch einen Tastendruck gelöscht bzw. überschrieben. Will man aber ihren Inhalt erhalten, muss man zunächst \rightarrow oder \leftarrow drücken und damit den Cursor an das Zeilenende oder den Zeilenanfang setzen, wobei auch gleichzeitig die Markierung aufgehoben wird. Jetzt kann man sich mit Hilfe der Cursorstaste(n) \rightarrow und \leftarrow an jede beliebige Stelle der Eingabezeile bewegen und Korrekturen vornehmen.

Das Zeichen links vom Cursor wird mit der Taste \leftarrow gelöscht, ein Zeichen rechts vom Cursor mit $\blacklozenge \leftarrow$, alle Zeichen rechts vom Cursor mit der Taste **CLEAR**. Die gesamte Eingabezeile löscht man durch **CLEAR CLEAR**. Will man hingegen mehrere Zeichen innerhalb der Zeile löschen bzw. ändern, müssen sie zuerst markiert werden. Dies geschieht dadurch, dass die Taste \uparrow (Shift-Taste) gedrückt gehalten wird und mit \rightarrow oder \leftarrow Zeichen markiert werden.

Wir ändern nun unsere vorherige Rechnung in $2 \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{12} - \frac{5}{6}$ ab und führen weitere Berechnungen durch:



Die im obigen Fenster verwendeten Funktionen approx bzw. expand kann man über die Tastatur eintippen oder (einfacher) aus der Menüzeile aufrufen. Geöffnet wird jedes Menü mit der darüberstehenden Funktionstaste. **F1** etwa öffnet das Werkzeugmenü:



Die einzelnen Menüpunkte kann man nun auf drei Arten wählen:

1. Mit \uparrow bzw. \downarrow den gewünschten Menüpunkt anwählen und mit ENTER aufrufen.
2. Die Ziffer oder Buchstaben drücken, die vor dem entsprechenden Menüpunkt steht.
3. Das Tastenkürzel rechts vom Menüpunkt eingeben, sofern existent. (Dies funktioniert auch ohne vorherigen Aufruf des Menüs, sofern man sich das Tastenkürzel gemerkt hat)

Die vorhin verwendeten Befehle approx und expand befinden sich im Menü „**F2 Algebra**“.

Anhand der folgenden Beispiele aus dem Lehrstoff der Oberstufe werden wir noch einige Befehle des TI-92 kennenlernen, vor allem auch die Grafikeigenschaften des Rechners.

Oberstufenbeispiele aus Mathematik

Beispiel 1: „Lösen quadratischer Gleichungen“

Die Gleichung $x^2 - 4x - 21 = 0$ ist zu lösen und als Produkt von Linearfaktoren darzustellen

1. Weg: algebraische Lösung mit dem TI-92

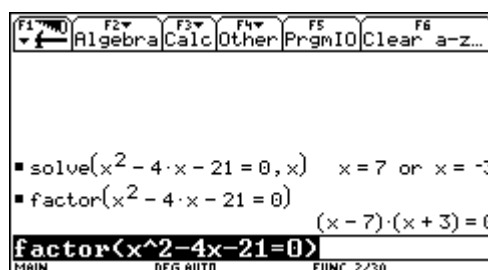
Hierzu verwenden wir den Befehl **solve**(im Menü „**F2 Algebra**“.

Syntax: *solve(zu lösende Gleichung , Lösungsvariable)*

Die Darstellung in Linearfaktoren liefert der Befehl **factor**(im selben Menü.

Syntax: *factor(Term)*

In unserem Fall sollte der Bildschirm dann wie folgt aussehen:



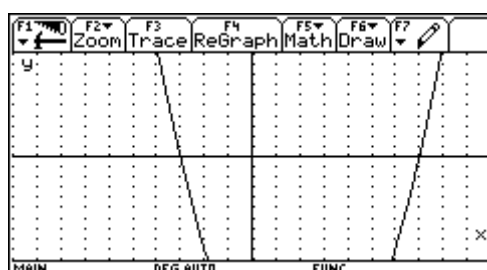
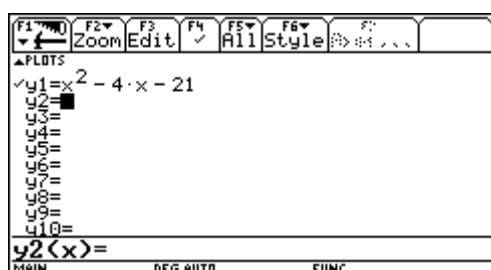
Hier könnte man die Schülern einige Beispiele am TI-92 lösen und faktorisieren lassen und dann die Beziehung $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 + px + q$ erarbeiten.

2. Weg: graphische Lösung

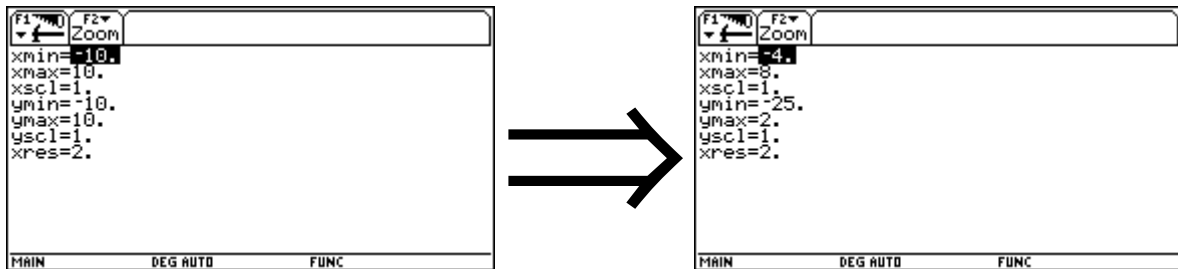
Für die graphische Darstellung von Funktionen besitzt der TI-92 einen y-Editor. Um uns nun unnötige Tipparbeit zu ersparen, markieren wir in der Eingabezeile den Term $x^2-4x-21$ und kopieren ihn in die Zwischenablage. Dies geschieht wie folgt:

- Markieren des Termes (wie auf Seite 3 beschrieben)
- Aufruf des Menüs „**F1 Werkzeug**“
- **5** eintippen \Rightarrow Menüpunkt **copy** ausgewählt

Nun wird mit der Tastenfolge \blacklozenge [Y=] der y-Editor aufgerufen, wobei der Cursor bereits $y_1=$ positioniert ist. Mit **F1 6** (Paste) wird nun der Term aus der Zwischenablage eingefügt und durch **ENTER** übernommen. Die Tastenkombination \blacklozenge [GRAPH] liefert eine graphische Darstellung.



Allerdings ist meist die erste Grafik nicht sehr zufriedenstellend. Mit \blacklozenge [WINDOW] wird ein Dialogfenster aufgerufen, indem man alle Bildschirmwerte verändern kann.



Bei den Intervallen $[x_{\min}, x_{\max}]$ und $[y_{\min}, y_{\max}]$ handelt es sich um die dargestellten Bereiche der x- bzw. y-Achse. Die Werte von x_{scl} und y_{scl} bestimmen Lage und Anzahl der angezeigten Teilstriche auf den beiden Achsen. Der Wert 10 bedeutet z. B., dass die Achsenskalierung nur Teilstriche bei 10, 20, 30, 40 usw. aufweist. Die Einstellung von x_{res} bestimmt die Genauigkeit und damit auch die Geschwindigkeit der Grafikdarstellung (je höher desto ungenauer und schneller; Voreinstellung 2).

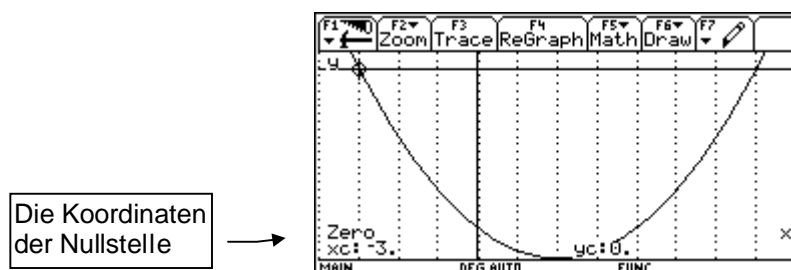
Durch die oben angeführte Veränderung der Windowvariablen wurde erreicht, dass der Graph nun den Bildschirm vollständig ausfüllt (s. unten). Zur Bestimmung der Nullstellen wählt man das Menü „F5 Math“ und daraus den Befehl „Zero“. Der Rechner blendet nun den Cursor in Form eines Fadenkreuzes in der Mitte des Bildschirms (auf der Kuve) ein und wünscht die Eingabe einer unteren Grenze (Lower Bound). Der Benutzer hat jetzt zwei Möglichkeiten:

1. Den Cursor mit \odot oder **2nd** \odot auf eine Position links von der gesuchten Nullstelle setzen und **ENTER** drücken (die aktuelle Cursorposition wird jeweils am unteren Bildschirmrand angezeigt) oder
2. einfach einen x-Wert links von der gesuchten Nullstelle eintippen und **ENTER** drücken.

Bei der nun folgenden Abfrage der oberen Grenze (Upper Bound) geht man völlig analog vor, nur muss man nun beachten, dass die x-Werte rechts von der Nullstelle liegen müssen. Es gilt die allgemeine Regel:

Lower Bound < Upper Bound

Der Bildschirm müsste nun so aussehen:

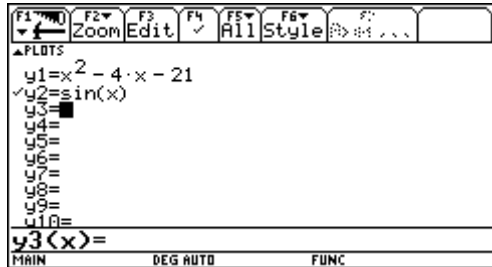


Die Koordinaten der Nullstelle

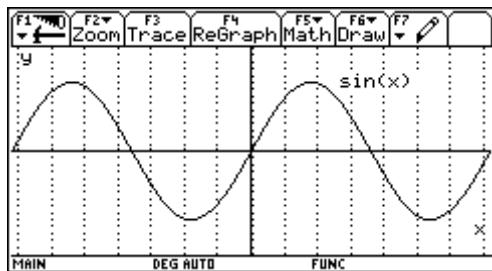
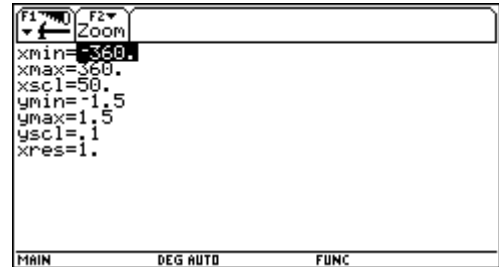
Um wieder den Graphen in seiner vollen Pracht betrachten zu können, betätigt man die **ESC** - Taste.

Beispiel 2: „Demonstration einiger Grafikfähigkeiten des TI-92“

Die übrigen Befehle des Menüs „F5 Math“ sind in ähnlicher Weise wie in Beispiel 1 zu verwenden. Hier seien anhand der Funktion $y = \sin(x)$ nur einige Beispiele zur Demonstration angeführt:

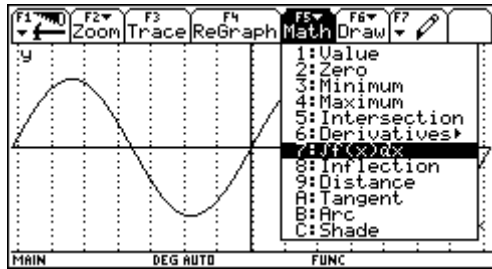


Der Funktionster wird als $y2(x)$ eingegeben. Das kleine Haken links neben der Funktion zeigt an, welche Funktionen gezeichnet werden. Es wird mit **F4** ein- und ausgeschaltet.

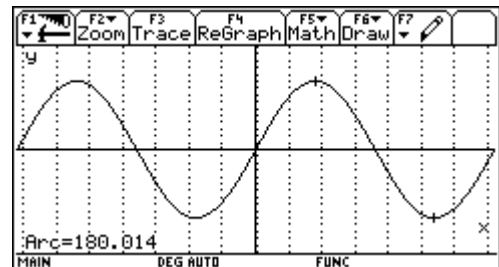
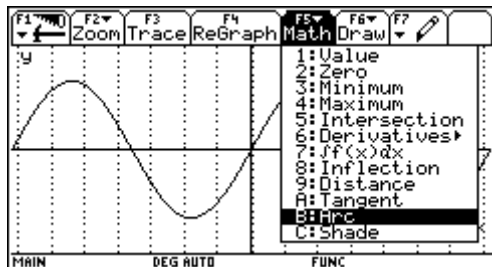
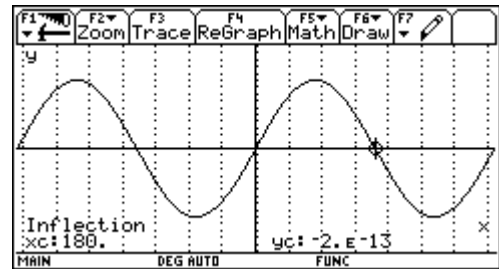
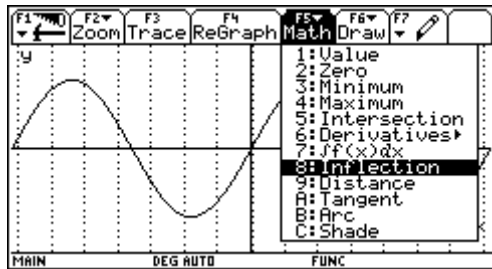
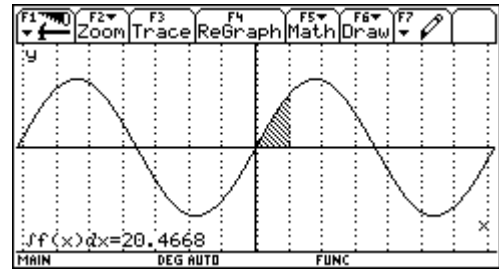


Die relativ großen Werte der Windowvariablen sind notwendig, weil sich der Rechner im Winkelmodus „degree“ befindet, und daher die Funktionsargumente in Grad auffasst.

Die Beschriftung wird mit dem Menü **F7** „“ Befehl **Text**, positionieren des Cursors und eintippen des Textes vorgenommen.



$$\int_0^{50} \sin(x) dx$$



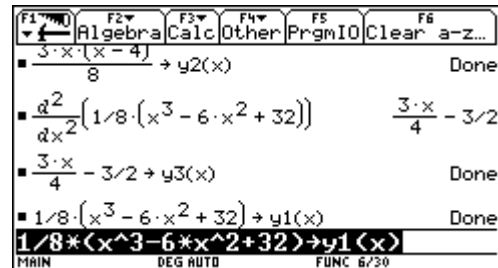
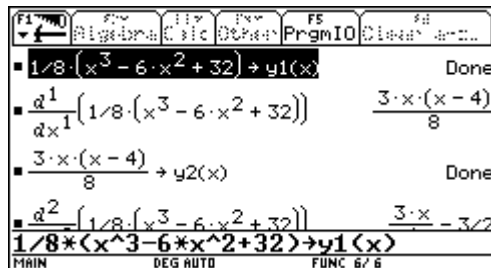
Wie schon anfänglich erwähnt stellt diese Seite nur eine kleine Auswahl an Grafikbefehlen des TI-92 dar; weitere Befehle und Anwendungsgebiete folgen in den weiteren Beispielen.

Beispiel 3: „Diskussion von Polynomfunktionen“

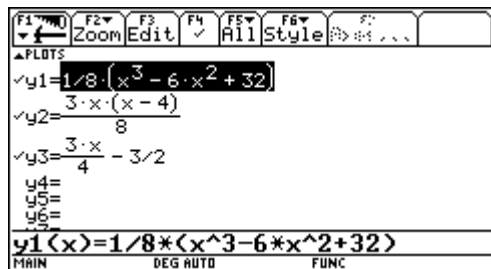
Bevor wir mit der Eingabe beginnen wollen wir den y-Editor leeren. Die geschieht - vorausgesetzt wir befinden uns im y-Editor - mit **F1 8:Clear Functions** und **ENTER ENTER**.

Gegeben ist die Funktion $f(x)=\frac{1}{8}(x^3 - 6x^2 + 32)$. Gesucht: Diskussion der Kurve

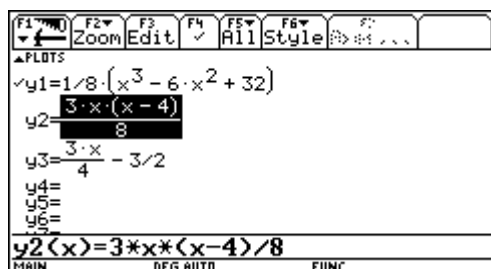
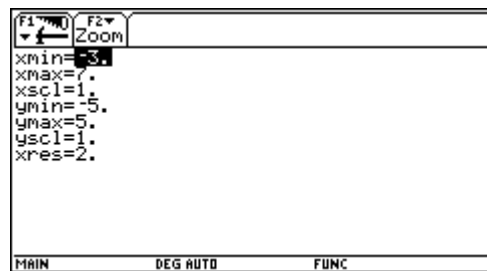
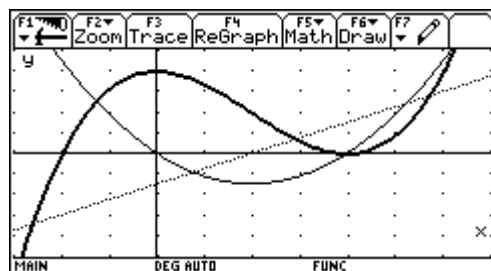
Zuerst soll der Zusammenhang zwischen der Funktion und ihren Ableitungen visualisiert werden! Dazu geben wir im Ausgangsbildschirm den Funktionsterm als $y1(x)$, die erste Ableitung als $y2(x)$ und die zweite Ableitung als $y3(x)$ ein.



Natürlich könnte bzw. sollte man auch die Funktion händisch differenzieren und in den y-Editor eingeben, der dann in beiden Fällen wie folgt aussieht:



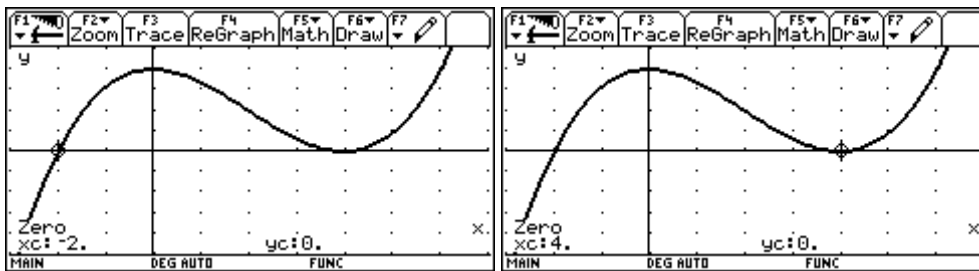
Zur besseren Unterscheidung der Graphen ist es sinnvoll, die Anzeigestile der drei Funktion verschieden zu wählen. Diese Einstellungen werden im Menü „F6 Style“ vorgenommen. Der Cursor wird auf die zu verändernde Funktion gesetzt, **F6** gedrückt und der gewünschte Stil - hier thick für $y1$, dot für $y3$ - ausgewählt. Durch **[GRAPH]** werden die drei Funktionen geplottet.



Nun entfernen wir die Ableitungen aus unserer Zeichnung und starten die Kurvendiskussion:

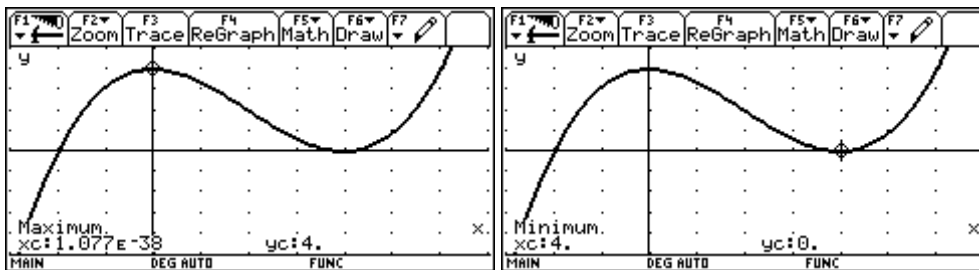
Bei den folgenden Berechnungen sind die verwendeten TI-92 Befehle jeweils in Kurzform angegeben; die Eingabe der Grenzwerte erfolgt wie in Beispiel 1, grafische Lösung, beschrieben.

Nullstellen: **F5 „Math“** ⇒ **2:Zero** ⇒ Werteingabe ⇒ **ENTER**



$N_1(-2/0)$
 $N_2(4/0)$

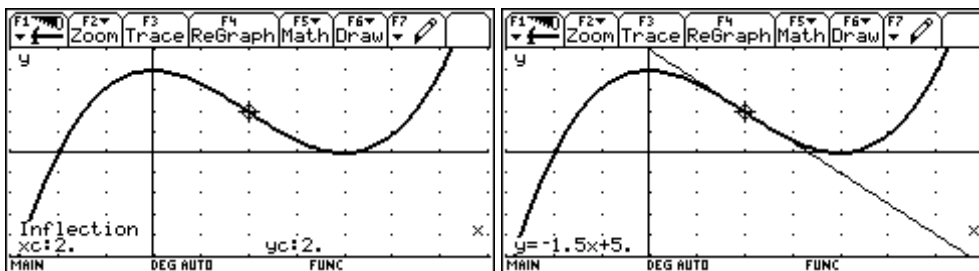
Extrempunkte: **F5 „Math“** ⇒ **3:Minimum** oder **4: Maximum** ⇒ Werteingabe ⇒ **ENTER**



$H(1/4)$
 $T(4/0)$

Wendepunkt und Wendetangente: **F5 „Math“** ⇒ **8:Inflection** ⇒ Werteingabe ⇒ **ENTER**

F5 „Math“ ⇒ **A:Tangent** ⇒ Werteingabe (x-Koordinate des Wendepunkts) ⇒ **ENTER**



$W(2/2)$
 $tw: y = -1,5x + 5$

Wertetabelle und händische Zeichnung: ♦ **[TABLE]**

x	y1	y2	Del	Row	Int	Row
-3.	-6.125					
-2.	0.					
-1.	3.125					
0.	4.					
1.	3.375					
2.	2.					
3.	.625					
4.	0.					

x=-3.

Weitere Werte werden mit Hilfe von **⬅** und **➡** angezeigt.

Verändern der Tabellenparameter: ♦ **[TblSet]**

TABLE SETUP

tblStart: -3.

Δtbl: 1.

Graph <-> Table: OFF →

Independent: AUTO →

Enter=SAVE ESC=CANCEL

x=-3.

TYPE + ENTER)=BK AND (ESC)=CANCEL

Beispiel 4: „Tangenten von einem Punkt an einen Kreis“

Berechne mit Hilfe des TI-92 die Gleichungen der Tangenten t_1 und t_2 , die man vom Punkt $P(8/6)$ an den Kreis $k: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ legen kann! Ermittle auch den Winkel, den t_1 und t_2 einschließen und die Koordinaten der Berührungspunkte T_1 und T_2 !

Die Bestimmung der speziellen Kreisgleichung erfolgt wahrscheinlich einfacher und schneller händisch:

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = -5 + 9 + 1 = 5$$

TI-92 calculator screen showing the input of point coordinates and circle parameters:

```

8 → xp
6 → yp
3 → u
1 → v
√5 → r
(x-u)² + (y-v)² = r² → k
x² - 6·x + y² - 2·y + 10 = 5
(x-u)² + (y-v)² = r² → k
  
```

Zu Beginn werden die Koordinaten des Punktes P als x_p und y_p , die Koordinaten des Kreismittelpunktes als u und v sowie der Kreisradius als r gespeichert. Danach wird die Kreisgleichung als Funktion k abgelegt.

TI-92 calculator screen showing the conversion of the circle equation to standard form and solving for the intersection points:

```

(x-u)·(xt-u) + (y-v)·(yt-v) = r² → sp(x,y)
sp(xp, yp) → pol
5·x + 5·y - 20 = 5
solve(pol, y) → poly
y = -x + 5
exp►list(solve(k, x) | poly, x) → xkoor
{x 2 5}
right(poly | x = xkoor[1]) → ykoor[1]
  
```

Die Spaltform der Kreisgleichung wird als $sp(xt, yt)$ gespeichert, wobei an die Parameter x_t und y_t die Koordinaten verschiedener Punkte übergeben werden können. Auf diese Weise wird auch die Gleichung der Polare berechnet und als pol abgelegt. Mit dem **solve(-)** Befehl ermittelt der Rechner die Hauptform der Polarengleichung. Sie wird als $poly$ gespeichert. Die x -Koordinaten der Schnittpunkte der Polaren mit dem Kreis werden ebenfalls mit dem **solve(-)** Befehl ermittelt mit der Bedingung¹⁾, dass die Polarengleichung gilt. Da es hier aber zwei Lösungen gibt wird aus dem erhaltenen Ergebnisausdruck mit dem Befehl **exp►list**²⁾ eine Liste angelegt, um bei den weiteren Berechnungen auf die Zahlenwerte zurückgreifen zu können. Danach werden die y -Koordinaten der Tangentialpunkte durch Einsetzen für x in der Hauptform der Polarengleichung bestimmt und ebenfalls in einer Liste deponiert.

TI-92 calculator screen showing the calculation of the tangents t_1 and t_2 :

```

right(poly | x = xkoor[2]) → ykoor[2]
solve(sp(xkoor[1], ykoor[1]), y) → t1
y = (x+4)/2
solve(sp(xkoor[2], ykoor[2]), y) → t2
y = 2·x - 10
(xp - xkoor[1] | yp - ykoor[1]) → rv1
{6 3}
  
```

Auflösen von sp mit eingesetzten Schnittpunktskoordinaten nach y liefert die Hauptform der Tangentengleichungen, die als t_1 und t_2 den Speicher bevölkern. Zwei weitere Listen, rv_1 und rv_2 , werden mit den Richtungsvektoren der Tangenten belegt.

TI-92 calculator screen showing the calculation of the angle between the tangents:

```

(xp - xkoor[2] | yp - ykoor[2]) → rv2
{3 6}
approx(cos⁻¹( (rv1[1]·rv2[1] + rv1[2]·rv2[2]) / (√(rv1[1]² + rv1[2]²) · √(rv2[1]² + rv2[2]²)) ))
36.8699
  
```

Der Schnittwinkel wird nach der bekannten Formel berechnet. Um aber keinen diffusen Ausdruck zu erhalten, ist es sinnvoll davor einen **approx**-Befehl³⁾ zu stellen.

¹⁾ Mit - Operator: Aufgerufen mit **2nd []** (Zweitbelegung der Taste **K**)

²⁾ Syntax: **exp►list(Term mit durch or verbundenen Gleichungen, Variable)**

³⁾ Syntax: **approx(Term)**

Sicherlich ist die soeben vorgestellte Methode sowohl aufwendig als auch kompliziert und daher für den Unterricht nicht gerade geeignet. Ich überlasse es jedem selbst den Lösungsweg zu vereinfachen.

Aber für uns Lehrer hat obiger Weg einen gewaltigen Vorteil. Der TI-92 ist nämlich in der Lage den History-Bereich in Form einer Textdatei zu speichern, wobei jede Zeile als Kommandozeile ausgewiesen wird. Man braucht daher nur die Angabewerte abzuändern, auf Tastendruck jede Zeile abarbeiten zu lassen und besitzt im History-Bereich eine gleichwertige Aufgabe mit anderen Zahlen samt Lösungen.

Gespeichert wird wie folgt:

- Menü **F1** öffnen
- **2:Save Copy As...** anwählen
- eventuell Folder auswählen
- Variablennamen eingeben (maximal 8 Zeichen; ohne Sonderzeichen; beginnend mit einer Buchstaben)
- **ENTER**

Abgearbeitet wird die Datei so:

- Taste **APPS** drücken
- **9:Text Editor** wählen
- **2:Open**
- Folder und Variablenname auswählen
- **ENTER**
- Daten ändern
- Jede Zeile mit **F4** abarbeiten
- Mit **◆ [HOME]** auf den Ausgangsbildschirm umschalten

So präsentiert sich unser Beispiel im Texteditor:

```
C: 8→xp
C: 6→yp
C: 3→u
C: 1→v
C: √(5)→r
C: (x-u)^2+(y-v)^2=r^2→k
C: (x-u)*(xt-u)+(y-v)*(yt-v)=r^2→sp(xt,yt)
)
C: sp(xp,yp)→pol
C: solve(pol,y)→poly
C: exp▶list(solve(k,x)|poly,x)→xkoor
C: right(poly|x=xkoor[1])→ykoor[1]
C: right(poly|x=xkoor[2])→ykoor[2]
C: solve(sp(xkoor[1],ykoor[1]),y)→t1
C: solve(sp(xkoor[2],ykoor[2]),y)→t2
C: {xp-xkoor[1],yp-ykoor[1]}→rv1
C: {xp-xkoor[2],yp-ykoor[2]}→rv2
C: approx(cos⁻¹((rv1[1]*rv2[1]+rv1[2]*rv2[2])/
(√(rv1[1]^2+rv1[2]^2))*(√(rv2[1]^2+rv2[2]^2))))
```

Um eine Aufgabe mit geänderten Zahlen zu erhalten, ist es nur nötig, die Zahlenwerte in den Zeilen 1 bis 5 zu ändern.

Beispiel 5: „Lineare Optimierung“

Ein Betrieb stellt zwei verschiedene Motorelemente M1 und M2 her. Für die Herstellung von M1 braucht man fünf Arbeitsstunden, für M2 zwei Arbeitsstunden. Es stehen insgesamt 25000 Arbeitsstunden pro Monat zur Verfügung. Der Finalbetrieb kann in seiner Motorenerzeugung jedoch von M1 höchstens 4500 Stück und von M2 höchstens 6000 Stück pro Monat verarbeiten. Das dem Betrieb zur Verfügung stehende Rohmaterial schränkt die Erzeugung der Motorenteile auf insgesamt 8000 Stück pro Monat ein. Der Betrieb erzielt einen Reingewinn pro Stück von M1 in der Höhe von 160S und pro Stück von M2 128S. Wieviel Stück von M1 und M2 muß der Betrieb erzeugen, um einen maximalen Gewinn zu erzielen?

Stellt x die Anzahl der Motorelemente M1 und y die Anzahl der Motorelemente M2 dar, so ergeben sich folgende (Un)gleichungen:

$$g_1: y \leq -2,5x + 12\,500$$

$$g_2: x \leq 4\,500$$

$$g_3: y \leq 6\,000$$

$$g_4: y \leq -x + 8\,000$$

$$z_h: y = -1,25x \rightarrow \max.$$

Diese werden nun als Gleichungen in den y - Editor eingegeben. Die übliche Ausnahme von der Regel stellt die (Un)gleichung g_2 dar; sie kann vom TI-92 nicht dargestellt werden, dient aber zur Fenstereinstellung.

Die Eintragungen im Y - Editor:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Zoom Edit All Style
y1 = - 5/2 · x + 12500
y2 =
y3 = 6000
y4 = - x + 8000
y5 =
y6 = - 5/4 · x + 9000
y7 =
y8 =
y9 =
y10 =
y7(x) =
MAIN DEG AUTO FUNC
  
```

$y_6(x)$ gibt die Gewinnfunktion an. Um sie in der Grafik von den übrigen Linien unterscheiden zu können, ist es sinnvoll, den Zeichenstil mit **F6** auf „thick“ zu setzen

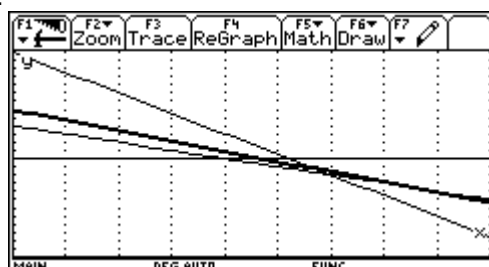
Die Fenstereinstellungen:

```

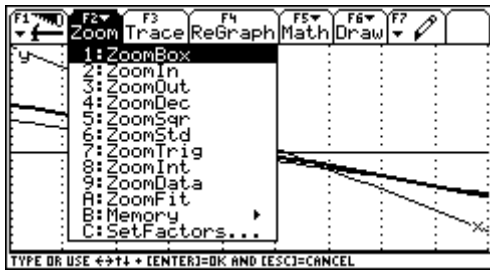
F1 F2
Zoom
xmin=0
xmax=4500.
xscl=500.
ymin=0
ymax=12500.
yscl=500.
xres=10.
MAIN DEG AUTO FUNC
  
```

Hier wurde die rechte Seite von g_2 eingesetzt

Die erste Grafik:



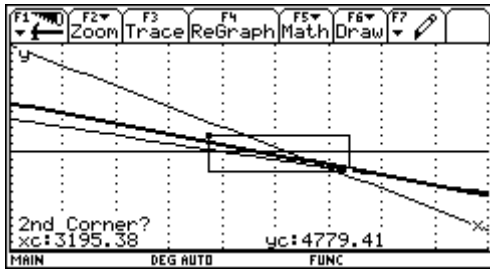
Der Punkt mit dem optimalen Gewinn ist in dieser ersten Grafik mitunter schwer zu entdecken. Es soll daher der entsprechende Bereich vergrößert werden! Die Taste **F2** öffnet das „Zoom - Menü“. Für uns ist gleich der erste Punkt „ZoomBox“ interessant



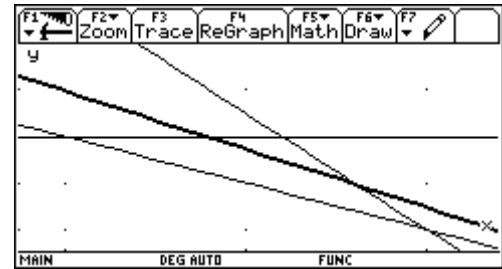
⇒ ENTER ⇒

Der Cursor wird nun auf die linke obere Ecke des zu vergrößern Bereichs gestellt und ENTER gedrückt. Auf die gleiche Art und Weise wird anschließend die rechte untere Ecke dem Rechner mitgeteilt.

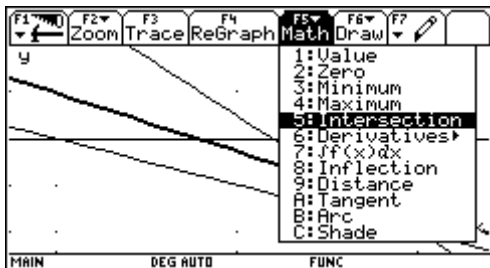
Der Bildschirm sollte dann etwa so aussehen:



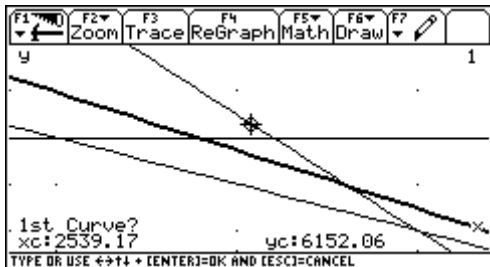
⇒ ENTER ⇒



Die weitere Vorgehensweise ist aus den folgenden Bildschirmdarstellungen zu ersehen:

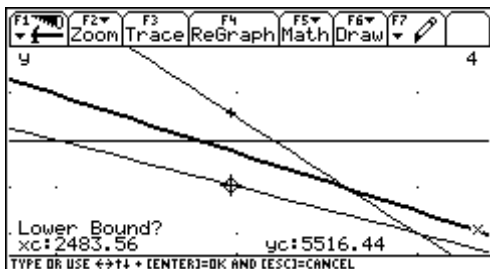


⇒ ENTER ⇒

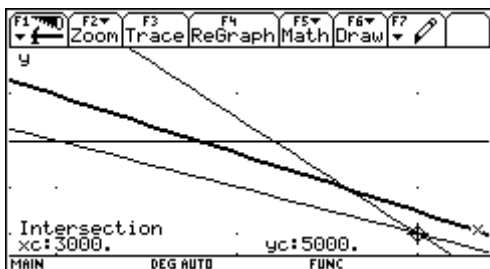


⇒ ENTER ⇒ \odot ⇒ ENTER

Anmerkung: Mit \odot wird g_4 ausgewählt



⇒ ENTER ⇒ Cursor auf Upper Bound setzen ⇒ ENTER



Einsetzen in die Zielfunktion liefert den maximalen Gewinn von 1 120 000.-- .

Beispiel 6: „Logarithmische Gleichung“

Zu lösen ist die Gleichung $\lg(x - 1) + \lg(2 - x) = \lg(x + 2) + \lg(x - 5)$.

```

F1 [ ] F2 [Algebra] F3 [Calc] F4 [Other] F5 [PrgmIO] F6 [Clear a-z...]
┌────────────────────────────────────────────────────────────────────────────────┐
│ solve(log(x - 1) + log(2 - x) = log(x + 2) + log(x - 5) | x = 4 or x = -1  │
│ solve(log(x-1)+log(2-x)=log(x+2)+log(x-5)|x=4 or x=-1  │
└────────────────────────────────────────────────────────────────────────────────┘
MAIN          DEG AUTO          FUNC 1/30

```

Die Lösungen lauten also -1 und 4 ! Aber eine Probe muß sein

```

F1 [ ] F2 [Algebra] F3 [Calc] F4 [Other] F5 [PrgmIO] F6 [Clear a-z...]
┌────────────────────────────────────────────────────────────────────────────────┐
│ solve(log(x - 1) + log(2 - x) = log(x + 2) + log(x - 5) | x = 4 or x = -1  │
│ log(x - 1) + log(2 - x) = log(x + 2) + log(x - 5) | x = 4 | true          │
│ log(x - 1) + log(2 - x) = log(x + 2) + log(x - 5) | x = -1 | true         │
│ ... (2-x)=log(x+2)+log(x-5)|x=4  │
└────────────────────────────────────────────────────────────────────────────────┘
MAIN          DEG AUTO          FUNC 3/30

```

Für beide Werte richtig! Juhu! Doch halt, eine Definitionsmenge ist ebenfalls anzugeben

Die Variable x sollte folgende Eigenschaften haben: $x > 1 \wedge x < 2 \wedge x > -2 \wedge x > 5 \Rightarrow D = L = \{ \}$

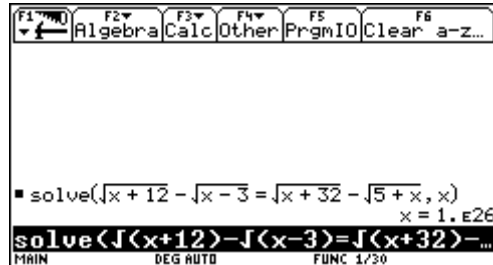
Hier liegt also der Fall vor, dass der Rechner mit Hilfe seiner internen Algorithmen Umformungen vornimmt, die den Definitionsbereich unerlaubter Weise verändern und somit zu falschen bzw. nicht existenten Lösungen führen.

Die Folge davon: Die letzte Instanz ist immer noch der Mensch

Beispiel 7: „Wurzelgleichung“

Löse die Gleichung: $\sqrt{x+12} - \sqrt{x-3} = \sqrt{x+32} - \sqrt{5+x}$ in den reellen Zahlen

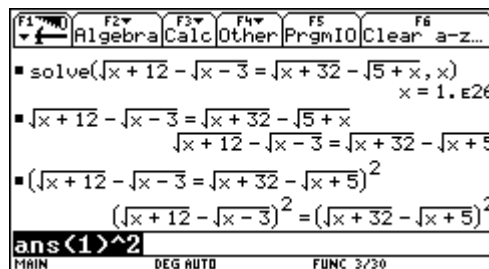
Auch hier liefert der **solve(** - Befehl zunächst ein falsches Ergebnis:



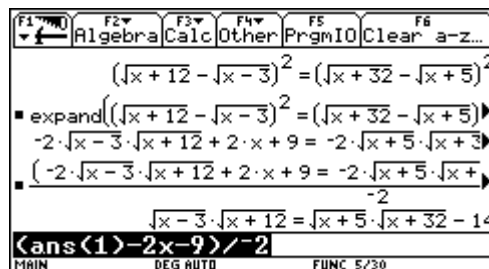
X = 100 000 000 000 000 000 000 000 000 ist wohl nicht sehr realistisch

Jetzt ist es sehr von Nutzen, den händischen Rechenweg zu kennen und danach auch mit dem Rechner vorzugehen:

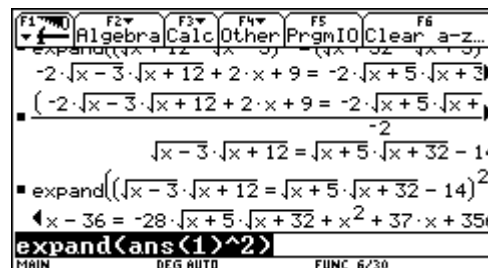
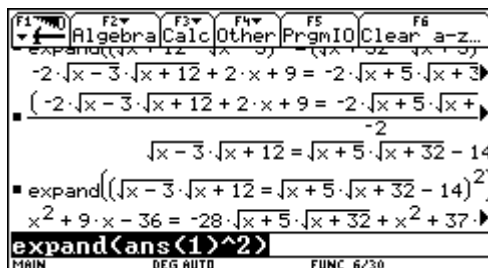
Zunächst löschen wir in der Eingabezeile alle Zeichen, die nicht zur Gleichung gehören und drücken **ENTER**, wodurch unsere Wurzelgleichung im History-Bereich erscheint und jederzeit wieder abgerufen werden kann. Dann wird sie mit Hilfe von **2nd [ANS] ^ 2** quadriert.



Mit **F2 3:expand(2nd [ANS]** werden die Klammern aufgelöst. Außerdem wird die Gleichung so vereinfacht, dass auf der linken Seite nur mehr Terme stehen, die Wurzeln enthalten



Nochmaliges Quadrieren und Klammernauflösen ergibt:



(Da das Ergebnis zu lang für die Zeile ist, werden hier linke und rechte Seite des Fensters dargestellt)

Der nächste Schritt: Vereinfachen der Gleichung:

$\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x+12} = \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+32} - 14$
 $\text{expand}((\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x+12} = \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+32} - 14)^2)$
 $x^2 + 9 \cdot x - 36 = -28 \cdot \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+32} + x^2 + 37$
 $(x^2 + 9 \cdot x - 36 = -28 \cdot \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+32} + x^2 + 37)$
 $x + 14 = \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+32}$
(ans(1) - x^2 - 37x - 356) / -28

Noch einmal quadrieren und lösen der dadurch erhaltenen Gleichung ergibt endlich die richtige Lösung:

$(x + 14 = \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+32})^2$
 $x^2 + 28 \cdot x + 196 = x^2 + 37 \cdot x + 160$
 $\text{solve}(x^2 + 28 \cdot x + 196 = x^2 + 37 \cdot x + 160, x)$
 $x = 4$
solve(ans(1), x)

Folgerung: Der händische Lösungsweg ist noch immer nicht entbehrlich

Das hier gezeigte Problem betrifft aber nicht nur den TI-92, sondern war auch schon in dem Computerprogramm DERIVE gegeben.

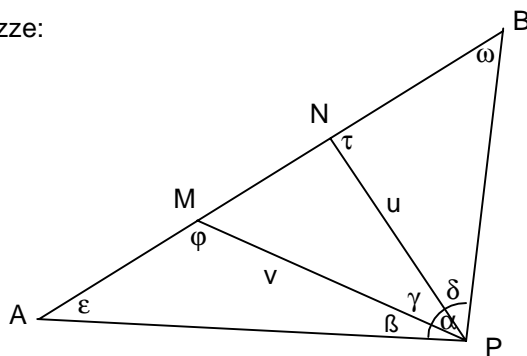
Beispiel 8: „Trigonometrie“

Zwischen zwei gleich hohen Orten A und B soll eine geradlinige Eisenbahnlinie gebaut werden, die zwischen den Punkten M und N durch einen Tunnel führt. Zur Bestimmung der Tunnellänge \overline{MN} wird ein in derselben Horizontalebene liegender Punkt P abgesteckt. Berechne die Tunnellänge \overline{MN} , wenn in Gelände folgende Daten gemessen wurden:

$$\overline{PA} = a = 5750\text{m}; \overline{PB} = b = 6410\text{m}; \angle APB = \alpha = 98,27^\circ; \angle APM = \beta = 25,03^\circ; \angle BPN = \delta = 26,03^\circ.$$

Welche Geldmittel sind für den Tunnelbau vorzusehen, wenn 1km Tunnel S 250 000 000,- kostet und eine Kostenüberschreitung von 15% einzukalkulieren ist?

Skizze:



F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clear	a-z...
5750	→ pa				5750
6410	→ pb				6410
98.27	→ alpha				98.27
25.03	→ beta				25.03
26.03	→ delta				26.03
alpha - beta - delta	→ gamma				47.21
$\sqrt{pa^2 + pb^2 - 2 \cdot pa \cdot pb \cdot \cos(\alpha)}$	→ ab				9206.17
$\sin^{-1}\left(\frac{pa \cdot \sin(\alpha)}{ab}\right)$	→ omega				38.1765
180 - alpha - omega	→ epsilon				43.5535
180 - delta - omega	→ tau				115.793
180 - beta - epsilon	→ phi				111.417
$\frac{pa \cdot \sin(\epsilon)}{\sin(\phi)}$	→ v				4255.79
$\frac{pb \cdot \sin(\omega)}{\sin(\tau)}$	→ u				4400.35
$\sqrt{u^2 + v^2 - 2 \cdot u \cdot v \cdot \cos(\gamma)}$	→ laenge				3468.7
laenge	· 1.15 · 250000000.				9.97251e8

Eingabe und Speicherung der Angabewerte

Berechnung des Winkels γ und der gesamten Streckenlänge zwischen den Punkten A und B

Berechnung des Winkels ω mittels Sinussatz

Berechnung der übrigen Dreieckswinkel

Bestimmung der Seitenlängen PM und PN mit Hilfe des Sinussatzes

Tunnellänge MN mit Kosinussatz

Ermittlung der Kosten samt Preisüberschreitung von 15%

Natürlich wäre hier auch möglich die Lösungen der Gleichungen (Sinus- und Kosinussatz) mit dem **solve**(- Befehl durchzuführen. Dies würde jedoch Ergebnisse der Form $\alpha + k \cdot 2\pi$ liefern, die dann händisch gelöst werden müssten.

Die hier gezeigte Lösungsmethode hat den Vorteil, dass die Schüler auch das Umformen von Gleichungen wiederholen und die Ergebnisse leichter lesbar sind, was sicherlich eine eventuelle Korrektur von Schularbeiten erleichtern wird.

Beispiel 9: „Extremwertaufgabe“

Aus 6 Stangen (Stangenlänge 3m) ist ein pyramidenförmiges Zelt mit möglichst großem Volumen herzustellen. Berechne die Länge der Grundkanten x , die Höhe h und den Rauminhalt dieses Zeltes. Wieviel m^2 Leinwand braucht man zur Bespannung und zum Auslegen des Bodens des Zeltes?

Die Volumsformel für eine regelmäßige sechsseitige Pyramide lautet:

$$V = \frac{1}{2} \cdot a^2 h \sqrt{3}$$

Dies ist die zu maximierende Hauptbedingung, wobei folgende Nebenbedingungen erfüllt sein müssen:

$$s^2 = a^2 + h^2 \quad \wedge \quad s = 3 \Rightarrow a^2 = 9 - h^2$$

Die endgültige Funktion lautet daher:

$$V(h) = \frac{\sqrt{3}}{2} (9 - h^2) h$$

Die Variable muss sinnvoller Weise Werte zwischen 0 und 3 annehmen.

The screenshot shows the following steps on the calculator screen:

- Input of the volume function: $1/2 \cdot (9 - h^2) \cdot h \cdot \sqrt{3} \rightarrow v(h)$
- Input of the first derivative: $\frac{d}{dh} (1/2 \cdot (9 - h^2) \cdot h \cdot \sqrt{3}) \rightarrow v1(h)$
- Input of the derivative of the first derivative: $\frac{d}{dh} (1/2 \cdot (9 - h^2) \cdot h \cdot \sqrt{3})$ resulting in $\frac{-3 \cdot (h^2 - 3) \cdot \sqrt{3}}{2}$
- Solving the equation $\frac{-3 \cdot (h^2 - 3) \cdot \sqrt{3}}{2} = 0, h$ resulting in $h = -\sqrt{3}$ or $h = \sqrt{3}$
- Input of the second derivative: $\frac{d}{dh} (v1(h)) | h = \sqrt{3}$ resulting in -9
- Input of the volume at $h = \sqrt{3}$: $v(\sqrt{3})$ resulting in 9
- Input of the surface area formula: $3 \cdot \sqrt{9 - h^2} \cdot \left(\frac{\sqrt{9 - h^2}}{2} \cdot \sqrt{3} + \frac{3 \cdot (9 - h^2)}{4} + h^2 \right) \rightarrow o(h)$
- Input of the surface area at $h = \sqrt{3}$: $o(\sqrt{3})$ resulting in $\left(\frac{45 \cdot \sqrt{2}}{2} + 9 \right) \cdot \sqrt{3}$
- Final result: $o(\sqrt{3})$ resulting in 70.702

Die „vereinfachte“ Hauptbedingung wird als Funktion $v(h)$ gespeichert.

Die 1. Ableitung wird als $v1(h)$ gespeichert.

Anzeige der 1. Ableitung.

Lösen der Gleichung $v1(h) = 0$ und Ausgabe der Lösungen.

Einsetzen der sinnvollen Lösung in die 2. Ableitung.

Berechnung des maximalen Volumens.

Oberflächenformel (für dieses Bsp.) wird als $o(h)$ gespeichert.

Berechnung und Approximation der Oberfläche für den gefundenen Extremwert.

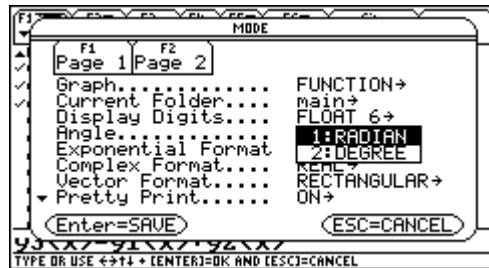
Die Grundkante a rechnet man wahrscheinlich schneller im Kopf aus $\Rightarrow a = \sqrt{6}$

Nun folgt ein kleiner Ausflug in die Physik, der aber auch für Nichtphysiker ein wenig interessant sein dürfte

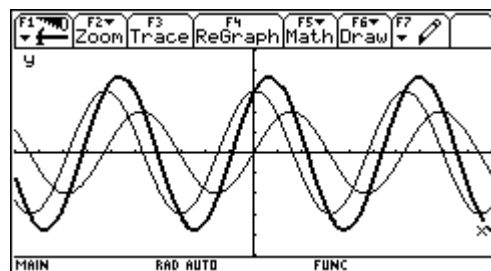
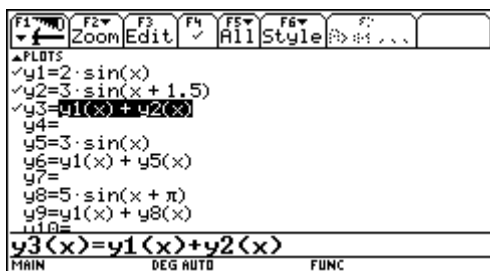
Beispiel 10: „Schwingungen“

Im Physikunterricht der 6. Klasse lautet ein großes Kapitel „Überlagerung von Schwingungen und Wellen“. Die verschiedenen Fälle, die dabei auftreten, sollen nun im folgenden vorgestellt werden. Alle dafür notwendigen Funktionen werden dafür im y - Editor eingetragen. Die linke Abbildung zeigt jeweils die für die entsprechende Überlagerung angewendeten Funktionen (am linken Rand mit ✓ gekennzeichnet); die rechte die dazugehörige Grafik, in der die resultierende Schwingung dick dargestellt ist.

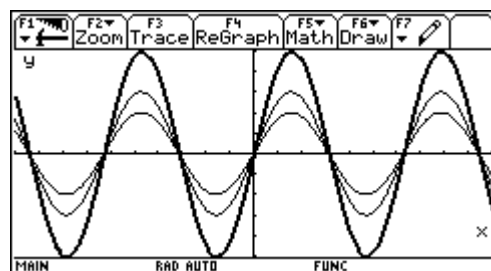
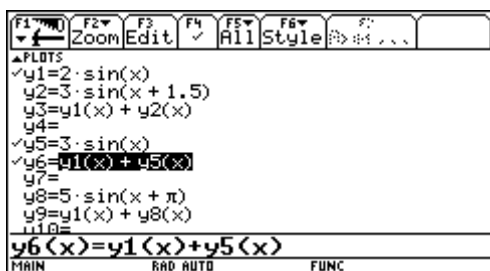
Doch bevor man richtig loslegen kann, muss der Winkelmodus auf radian gestellt werden:



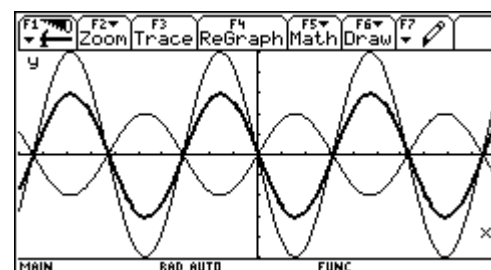
a) gleiche Frequenz, Phasenverschiebung $\neq 0$:



b) gleiche Frequenz, Phasenverschiebung = 0:



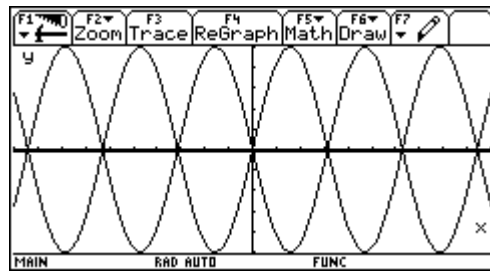
c) gleiche Frequenz, Phasenverschiebung = π :



d) gleiche Frequenz, Phasenverschiebung = π , gleiche Amplituden:

```

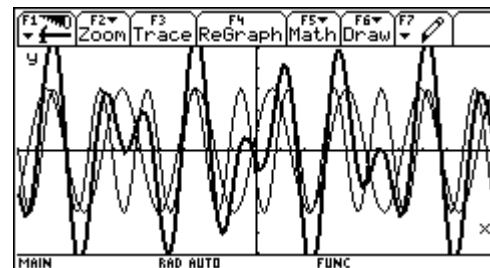
F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style
^PLOTS
y4=
y5=3·sin(x)
y6=y1(x)+y5(x)
y7=
y8=5·sin(x+π)
y9=y1(x)+y8(x)
y10=
y11=5·sin(x)
y12=y8(x)+y11(x)
y13=
y12(x)=y8(x)+y11(x)
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```



e) beliebige Frequenzen und Phasenverschiebung:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style
^PLOTS
y8=0·sin(x+π)
y9=y1(x)+y8(x)
y10=
y11=5·sin(x)
y12=y8(x)+y11(x)
y13=
y14=3·sin(2·x+.3)
y15=3·sin(3.2·x-2.6)
y16=y14(x)+y15(x)
y17=
y16(x)=y14(x)+y15(x)
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```

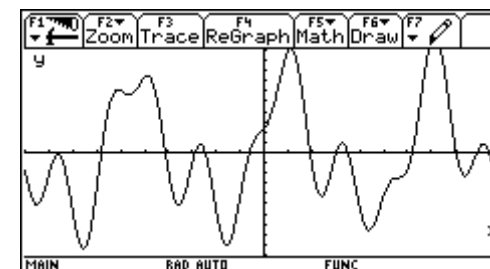


f) Mehrere Schwingungen:

Addiert werden hier: y1, y2, y5, y14 und y15

```

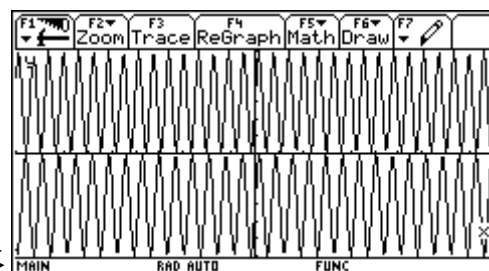
F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style
^PLOTS
y10=
y11=5·sin(x)
y12=y8(x)+y11(x)
y13=
y14=3·sin(2·x+.3)
y15=3·sin(3.2·x-2.6)
y16=y14(x)+y15(x)
y17=
y18=y1(x)+y2(x)+y5(x)+y14(x)+y15(x)
y19=
y18(x)=y1(x)+y2(x)+y5(x)+y14(x)+y15(x)
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```



g) Schwebung:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style
^PLOTS
y17=
y18=y1(x)+y2(x)+y5(x)+y14(x)+y15(x)
y19=
y20=3·sin(10·x)
y21=3·sin(9·x)
y22=y20(x)+y21(x)
y23=
y24=y20(x)+3
y25=y21(x)-3
y26=
y25(x)=y21(x)-3
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```



```

F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style
^PLOTS
y17=
y18=y1(x)+y2(x)+y5(x)+y14(x)+y15(x)
y19=
y20=3·sin(10·x)
y21=3·sin(9·x)
y22=y20(x)+y21(x)
y23=
y24=y20(x)+3
y25=y21(x)-3
y26=
y22(x)=y20(x)+y21(x)
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```

