

CBR und CBL im Unterricht

Themenbereich	
Skriptum zur Lehrerfortbildung im Umgang mit dem CBR und dem CBL	
Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none"> • Beschreibung der Geräte CBL und CBR in Verbindung mit einem Taschenrechner • Handhabung einzelner Sensoren • Messen und Auswerten mit dem CBR und CBL • Gegenüberstellung von Experiment und Theorie bzw. Modell • Arbeitsblätter • Übungsaufgaben • Anleitungen zum Experimentieren 	<ul style="list-style-type: none"> • Kennenlernen der Einsatzmöglichkeiten des CBL und des CBR im Unterricht zum Experimentieren, Modellieren, Analysieren und Veranschaulichen • Einblicke bekommen, wie sich die Unterrichtssituation durch den Einsatz dieser neuen Technologien verändert hat
<p>Diese exemplarischen Betrachtungen sind aus der eigenen Unterrichtsarbeit entstanden und sollen als Anregung und Ausgangspunkte für eigene Reflexionen und Planungen dienen und aufzeigen, dass die Unterrichtsarbeit mit diesen Messzusätzen durch anwendungsorientierte Fragestellungen und fächerübergreifende Betrachtungen bereichert wird.</p> <p>Zur gleichen Zeit können Daten von verschiedenen Sensoren gesammelt werden; es können so komplexe Messungen durchgeführt werden und die Abhängigkeit der verschiedenen Größen zueinander dargestellt werden.</p> <p>Da sowohl CBL als auch CBR batteriebetrieben sind, können sie unabhängig von einem Netzanschluss betrieben werden; es werden jetzt auch Messungen außerhalb des Physiksaals möglich.</p> <p>Durch die geringe Größe und das geringe Gewicht der Messgeräte und Sensoren sind sie leicht zu transportieren und überall einsetzbar.</p> <p>Durch die Programmierbefehle des TI´s in Verbindung mit den Befehlen für das CBL und das CBR ist es möglich, eigene Messprogramme zu erstellen und die Messdaten vielseitig auszuwerten.</p>	

INHALTSVERZEICHNIS

1. DAS CBL ALS MOBILES LABOR	3
2. EXPERIMENTE MIT DEM CBL	4
2.1 SCHWINGUNGEN.....	4
2.1.1 <i>Wir zeichnen mit dem CBL – Mikrofon Schwingungen auf</i>	4
2.1.2 <i>Wir untersuchen den mathematischen Hintergrund</i>	7
2.2. MESSUNGEN MIT DEM LIGHT - SENSOR.....	9
2.2.1 <i>Wir bestimmen die Bildwiederholfrequenz eines Computermonitors</i>	9
2.2.2 <i>Wir messen die Lichtintensität einer Leuchtstoffröhre</i>	11
2.2.3 <i>Wir messen die Lichtintensität einer Lichtquelle in Abhängigkeit vom Abstand</i>	11
2.3. MESSUNGEN MIT DEM TEMPERATURSENSOR.....	12
2.3.1 <i>Abkühlung einer Tasse Tee - Experiment</i>	12
2.3.2 <i>Gegenüberstellung mit der Theorie - Modellbildung</i>	14
3. EXPERIMENTIEREN MIT DEM CBR.....	17
3.1 ARBEITSWEISE UND HANDHABUNG DES CBR	17
3.2. MESSUNGEN MIT DEM CBR.....	19
3.2.1 <i>am Beispiel Fadenpendel</i>	19
3.2.2 <i>Arbeitsblatt – Messungen am Fadenpendel mit dem CBR</i>	21
3.2.3 <i>Modellieren – experimentieren – veranschaulichen – analysieren</i>	23
3.2.4 <i>Arbeitsblatt – Arbeitsaufgaben zum Faden- und zum Federpendel</i>	30
3.3. FALLVERSUCHE MIT EINEM GOLFBALL.....	33
3.4. EXPERIMENT „GRAF TREFFEN“	34
3.4.1 <i>Durchführung:</i>	35
3.4.2 <i>Arbeitsblatt</i>	36
4. WIE ÄNDERT SICH DER UNTERRICHT MIT DEM CBR UND CBL?.....	37

1. Das CBL als mobiles Labor

Das CBL – System (Calculator – Based – Laboratory) besteht aus einer portablen, batteriebetriebenen Messeinheit, einem kompatiblen (Taschen-)Rechner - z. B. dem TI92 - und verschiedenen Sensoren. Das CBL kann ohne Rechner wie ein gewöhnliches Multimeter eingesetzt werden. Vom AMSTEL INSTITUTE UNIVERSITY of AMSTERDAM (<http://www.cma.beta.uva.nl/>) wurde eine Software entwickelt, mit deren Hilfe das CBL über das GRAPH-LINK Kabel von TI mit Hilfe des PC menügesteuert programmiert werden kann und die Daten sehr komfortabel ausgewertet und am Monitor angezeigt werden können.

Das CBL besitzt sechs Kanäle

- drei analoge (CH1,CH2,CH3)
- zwei digitale (DIG IN, DIG OUT)
- einen Ultraschallbewegungsdetektor (SONIC) für das CBR

Im CBL Basis-Set wird das „CBL System Guide-Book“ , das „CBL Experiment Workbook“, ein

Tragkoffer und drei Sensoren

- *Temperatur-Sensor* (benützt einen Thermistor zur Temperaturmessung)
- *Licht-Sensor* (benützt einen Fototransistor zur Messung der Lichtintensität)
- *Spannungs-Sensor*(misst Spannungen im Bereich –10 V bis + 10V)

geliefert. Mittels eines speziellen Adapters können auch Sensoren von anderen Herstellern

(insbesondere von Vernier) angeschlossen werden.

Um das CBL zu programmieren, werden Befehle in Form von Listen mit dem Schlüsselwort „SEND“ vom Rechner an die Einheit gesendet. Nachdem das CBL in dieser Art eingerichtet ist, kann es – weil es einen eigenen Mikroprozessor und Speicher hat – auch als „stand-alone“-Einheit verwendet werden. Mit Hilfe der TRIGGER-Taste werden Daten gesammelt, bleiben nach der Messung im Speicher des CBL und können später mit einem Taschenrechner in Listen abgerufen werden. Das Programm PHYSICS() ermöglicht in einfacher und übersichtlicher Weise die Bedienung des CBL mit ausreichenden Einstellungsmöglichkeiten; es ist auf der TI-Homepage erhältlich.

Wenn man die CBL-Messeinheit selbst programmieren will, so stehen dafür acht Befehle (mit mehreren Parametern – siehe Handbuch) zur Verfügung.

Ein einfaches Programm – zur Messung von Temperaturwerten – hätte folgendes Aussehen:

Temp()	Programmname
Prgm	Programmanfang
{0} → I1	I1 ist eine Variable vom Typ LISTE
send {0}	Kanäle, Einstellungen und Speicher werden gelöscht
SEND{1,1,10}	auf CH1 wird die Temperatur in °C gemessen
disp „Bitte am CBL TRIGGER drücken“	Anweisung erscheint am Rechner-Display
SEND{3,10,6,1}	im Abstand von je 10 Sekunden werden bei manuellem Trigger 6 Werte gemessen
GET I1	die gesammelten Daten werden als Variable I1 in den Rechner geholt
EndPrgm	Programmende

Das Programm *COOLTEMP()*, das beim CBL – Basis - Set mitgeliefert wird und auch die grafische Ausgabe der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit bewerkstelligt, hat folgendes Aussehen:

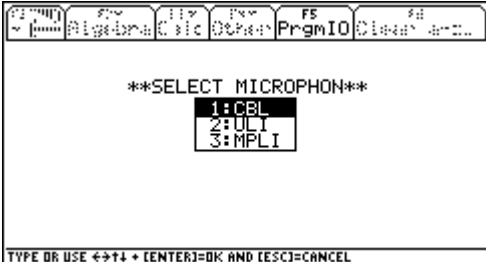

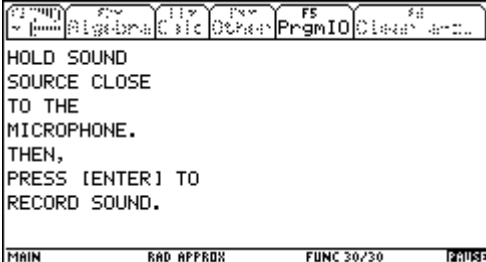
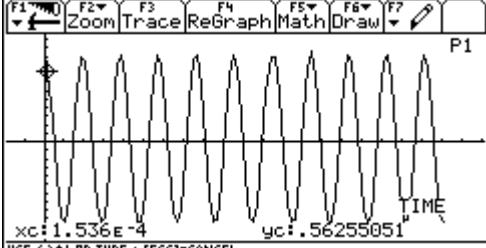
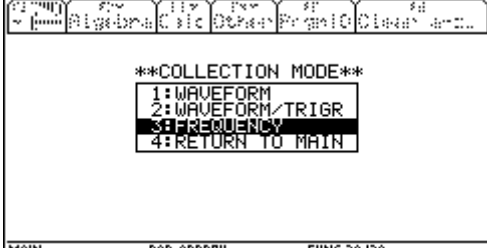
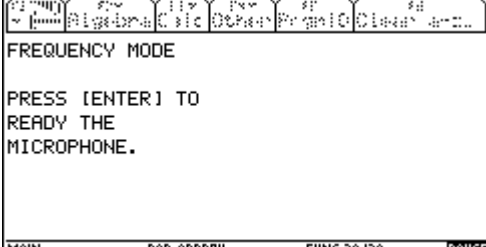
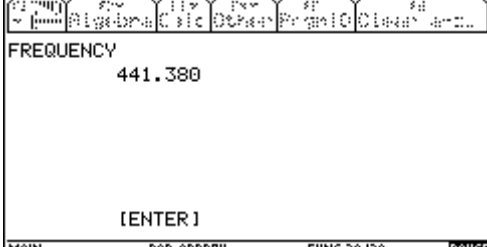
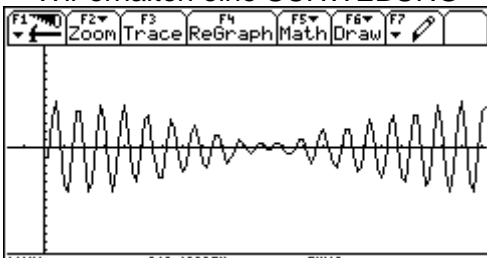
<pre> Prgm Local i,prevmode,status DelVar L2,L4 ~ Standard calc setup GetMode("all")»prevmode setMode("Split Screen","Full") setMode("Graph","FUNCTION") PlotsOff FnOff setGraph("Axes","On") ~The cover page clrIO Disp " CBL SYSTEM" Disp " EXPERIMENT WORKBOOK" Disp " Texas Instruments" Disp "" Disp " CoolTemp" Disp " (Experiment P3)" Disp " Version 2.0" Disp " Press [Enter] to continue" Pause ~ Check the Link {0}»status Lbl m Try Send {6,0} Send {0} Send {7} Get status Else ClrErr For i,1,100,1 EndFor EndTry </pre>	<pre> clrIO If dim(status)=1 and status[1]=0 Then Dialog Title "TI-92 to CBL Link Test" Text "" Text " Link Error Detected" Text "" Text " Check:" Text " Link is Plugged in Firmly " Text " CBL is Turned On" Text "" EndDialog If OK = 0 Then Goto nicend Endif Goto m Endlf clrIO Dialog Title "TI-92 to CBL Link Test" Text "" Text " Link is OK" Text "" EndDialog If OK = 0 Then Goto nicend Endif ~ Graph window setup ClrDraw ClrGraph </pre>	<pre> 0»xmin 99»xmax 10»xscl -20»ymin 100»ymax 10»yscl ~ CBL channel setup Send {1,2,1} ~ Collect data and display when user is ~ ready to start clrIO Disp "Press ENTER to start graphing" Disp "temperature." seq(i,i,1,99,1)»L2 Pause PtText "Temp(°C)",2,99 PtText "Time(s)",80,-5 Send {3,1,-1,0} For i,1,99 Get L4[i] PtOn L2[i],L4[i] EndFor ~ Redisplay as a graph so user can use ~ trace and other features. ClrDraw ClrGraph NewData coodat,L2,L4 NewPlot 1,1,L2,L4,,,5 PtText "Temp(°C)",2,99 PtText "Time(s)",80,-5 Trace Lbl nicend SetMode(prevmode) EndPrgm </pre>
--	--	---

2. Experimente mit dem CBL

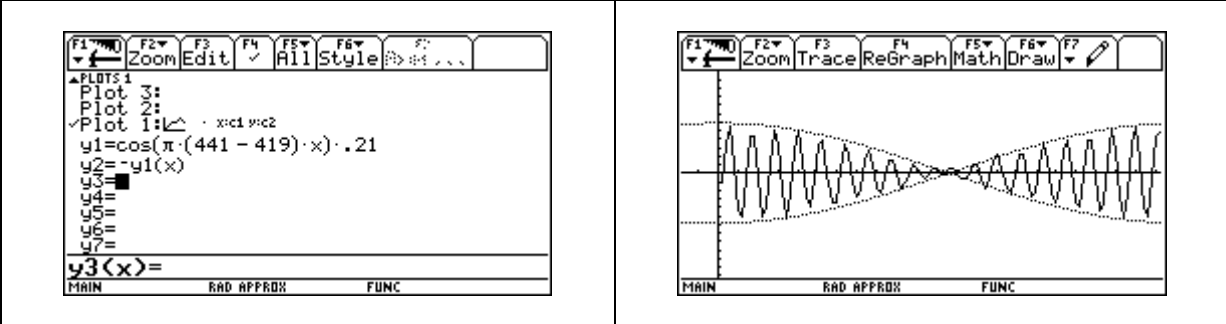
2.1 Schwingungen

2.1.1 Wir zeichnen mit dem CBL – Mikrofon Schwingungen auf

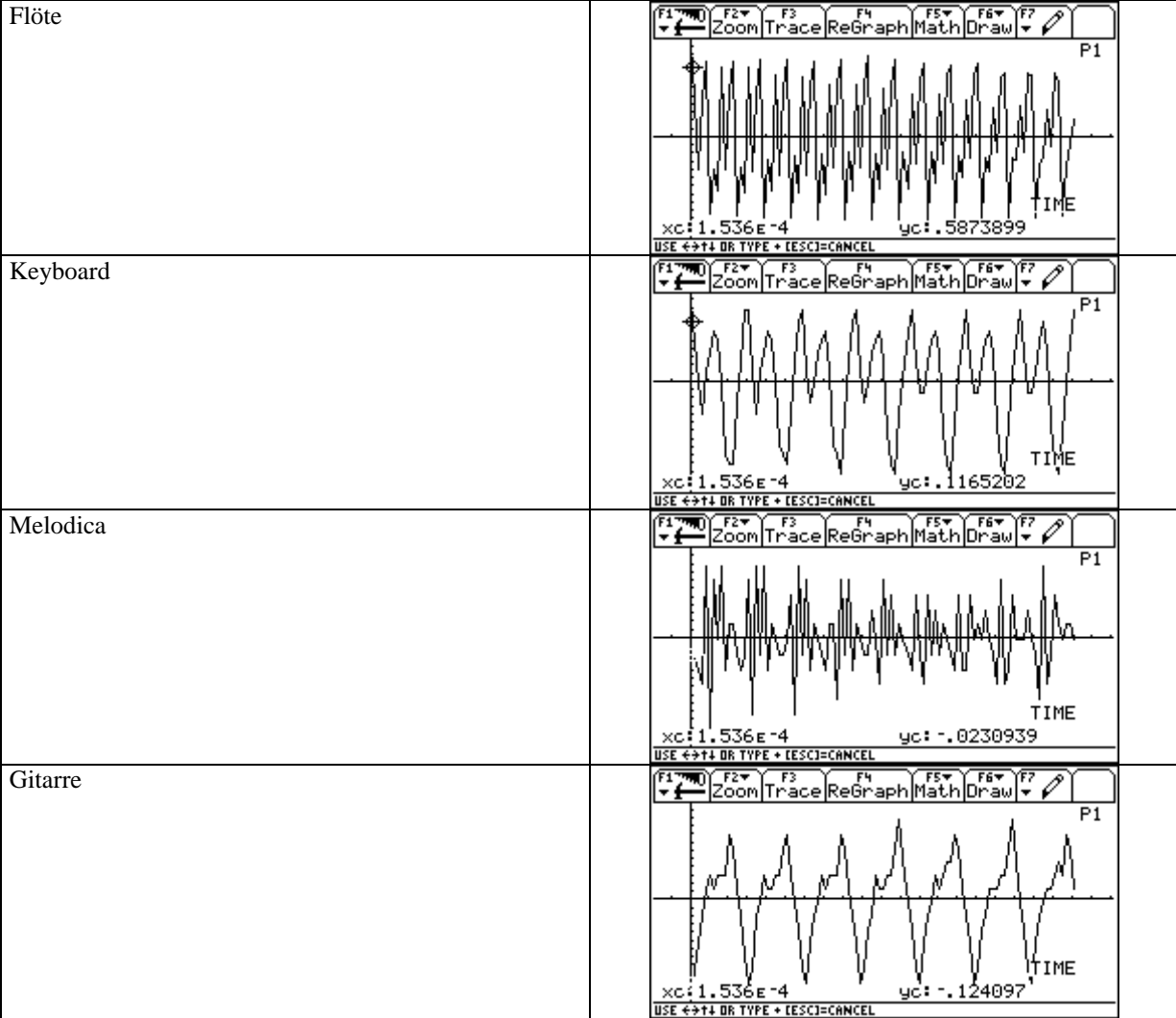
Dazu verwenden wir das Programm **PHYSICS()**

	
	<p>Eine Stimmgabel auf einem Resonanzkörper wird angeschlagen und in die Nähe des Mikrofons gebracht. Der Ton wird automatisch aufgezeichnet und als Schwingungsgraf ausgegeben, woraus die Frequenz ermittelt werden kann</p>
<p>Die Frequenz kann aber aber direkt mit dem CBL mit Hilfe des Programms PHYSICS() ermittelt werden.</p>	
	
	
<p>Auf einer zweiten gleichartigen Stimmgabel befestigen wir ein Massestück; sie hat dann eine Frequenz von etwa 419 Hz, wie wir mit Hilfe des CBL feststellen. Wir schlagen nun beide Stimmgabeln an und bringen deren Schwingungen zur Interferenz.</p>	<p>Wir erhalten eine SCHWEBUNG</p> 

Wie man mittels Additionstheoremen nachweisen kann, ergibt sich bei Überlagerung zweier Sinusschwingungen mit verschiedenen Frequenzen eine einhüllende Kosinusfunktion und eine resultierende Sinusfunktion. Wenn wir dem Plot die positive und die negative Kosinusfunktion hinzufügen, erhalten wir die Darstellung der gemessenen Schwebung mit den Einhüllenden.



Die Aufnahme des Tones einer Stimmgabel ergibt eine reine Sinusschwingung. Töne im musikalischen Sinn ergeben sich durch Überlagerung einer Grundschwingung mit Obertönen unterschiedlicher Intensität. Reich an Obertönen präsentieren sich die Klangbilder verschiedener Musikinstrumente.



2.1.2 Wir untersuchen den mathematischen Hintergrund

Schwebungen sind Schwingungen mit einer periodisch an- und abschwelenden Amplitude. Sie entstehen durch ungestörte Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen gleicher Raumrichtung vom Typ $y_1 = A \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)$ und $y_2 = A \cdot \sin(\omega_2 \cdot t)$ deren Frequenzen in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen und sich nur geringfügig voneinander unterscheiden. Der Einfachheit halber sollen die beiden Teilschwingungen in ihren Amplituden übereinstimmen und ihre Phasenwinkel sollen ebenfalls Null sein.

Es soll nun die Funktionsgleichung der Schwebung bestimmt werden und für $\omega_1 = 20 \text{ s}^{-1}$ und $\omega_2 = 18 \text{ s}^{-1}$ und $A = 5 \text{ cm}$ der Schwingungsverlauf grafisch dargestellt werden.

Die resultierende Schwingung wird durch die Gleichung

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + A \cdot \sin(\omega_2 \cdot t) \text{ oder} \\ y = A \cdot [\sin(\omega_1 \cdot t) + \sin(\omega_2 \cdot t)]$$

Die in der Klammer stehende Summe lässt sich unter Verwendung der trigonometrischen Formel

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \\ 2 \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\text{Wir erhalten mit } \Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \text{ und } \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

eine resultierende Schwingung der Form

$$2A \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

mit der zeitabhängigen Amplitude

$$A^*(t) = 2A \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t).$$

Es handelt sich um eine nahezu harmonische Schwingung mit der Kreisfrequenz $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

(arithmetischer Mittelwert aus ω_1 und ω_2) und der

Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{f_1 + f_2}{2}$ (f_1 und f_2 sind die

Frequenzen der Einzelschwingungen)

Die Schwingungsdauer ist

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2T_1T_2}{T_1 + T_2}$$

(T_1 und T_2 sind die Schwingungsdauern der beiden Einzelschwingungen).

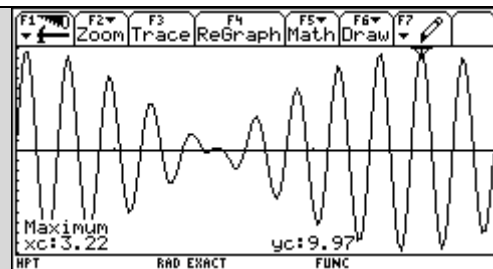
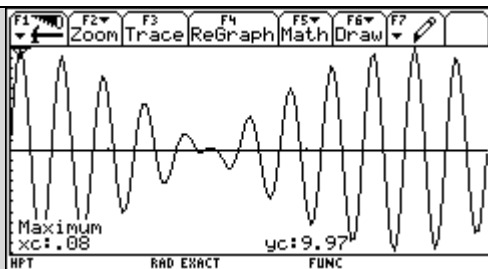
Die zeitabhängige Amplitude

$$A^*(t) = 2A \cdot \cos(\Delta\omega t)$$

ändert sich dabei infolge der vergleichsweise kleinen Kreisfrequenz $\Delta\omega \ll \omega$ nur sehr langsam.

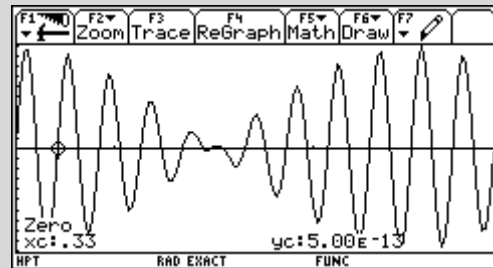
Die sogenannte Schwebungsfrequenz beträgt $f_S = f_1 - f_2$, die Periodendauer der Schwebung, d.h. der zeitliche Abstand zweier benachbarter

Amplitudenmaxima ist somit $T_S = \frac{1}{f_S} = \frac{2T_1T_2}{T_2 - T_1}$



Die Periodendauer der Schwebung beträgt in Übereinstimmung mit der Rechnung $3,22 - 0,08 = 3,14$ s.

Die Periodendauer der eigentlichen Schwingung ist $T = 0,33$ s; daraus ergibt sich die Periodendauer der Schwebung durch $T_S = T \cdot 9,5 = 3,14$ s



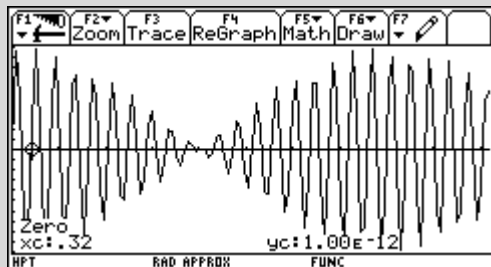
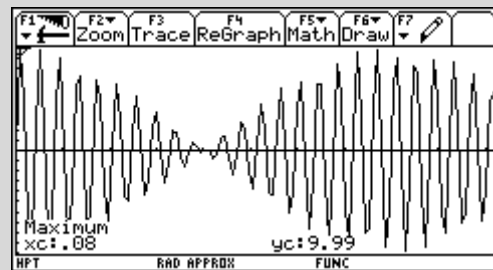
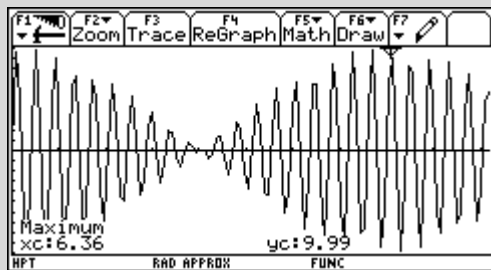
$\frac{t_1 \cdot t_2 \cdot 2}{t_1 + t_2} \rightarrow t(t_1, t_2)$	Done
$\frac{t_1 \cdot t_2}{t_2 - t_1} \rightarrow ts(t_1, t_2)$	Done
$ts\left(\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{9}\right)$	3.14
$t\left(\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{9}\right)$.33

HPT RAD APPROX FUNC 4/30

Wir überlagern jetzt zwei Schwingungen, deren Kreisfrequenzen sich nur um 1 unterscheiden

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style
PLOTS
y1=5·sin(20·x)
y2=5·sin(19·x)
y3=y1(x)+y2(x)
nd=
    
```

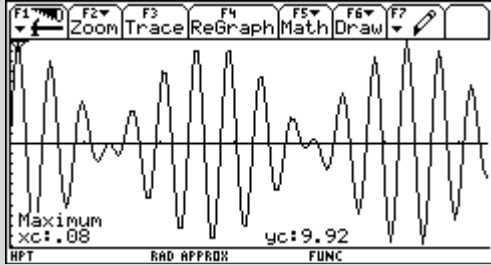
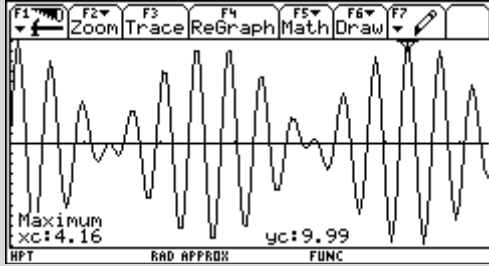
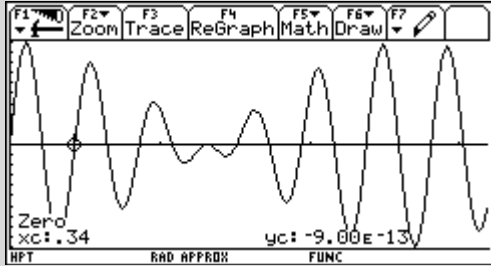


$ts\left(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{19}\right)$	6.28
$t\left(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{19}\right)$.32
$\frac{6.2831853071792}{.32221463113743}$	19.50

HPT RAD APPROX FUNC 3/30

Die Periodendauer der Schwebung beträgt in Übereinstimmung mit der Rechnung $6,36 - 0,08 = 6,28$ s.


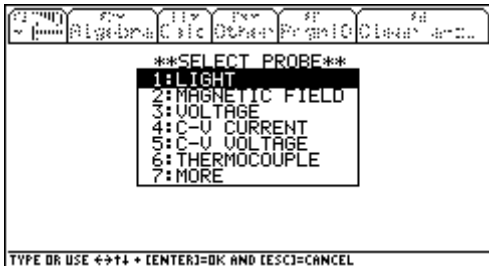
Die Periodendauer der eigentlichen Schwingung ist $T = 0,32$ s; daraus ergibt sich die Periodendauer der Schwebung durch $T_S = T \cdot 19,5 = 6,28$ s

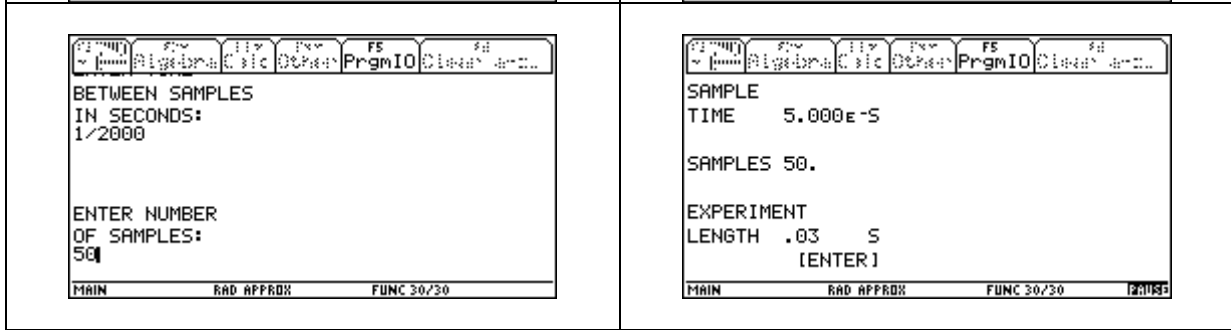
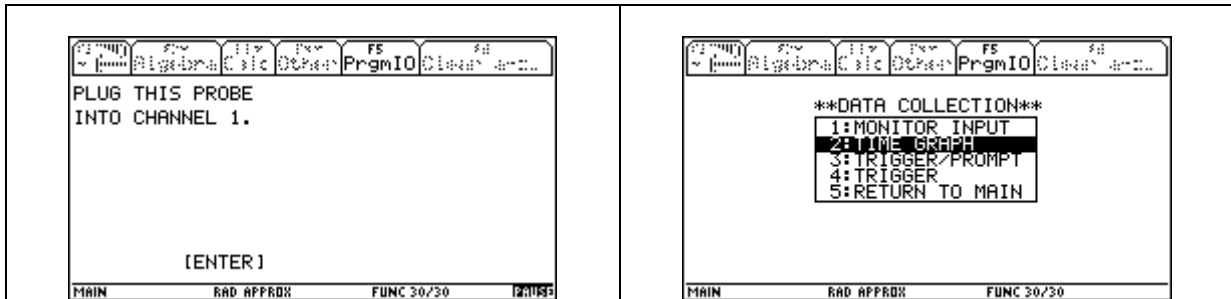
<p>Was können wir daher erwarten, wenn sich die Kreisfrequenzen der beiden Schwingungen um 3 unterscheiden?</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Wird die Periodendauer der Schwebung geringer? ➤ Wie ändert sich die Periodendauer der eigentlichen Schwingung? 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: none;">■ $t_s(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{17})$</td> <td style="border: none; text-align: right;">2.09</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">■ $t(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{17})$</td> <td style="border: none; text-align: right;">.34</td> </tr> </table> </div> <p>Die Periodendauer der Schwebung wird kleiner und die der eigentlichen Schwingung wird größer. Es gilt $T_S = 6,17 \cdot T$. Diese Aussagen können auch im Grafik-Fenster nachgeprüft werden.</p>	■ $t_s(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{17})$	2.09	■ $t(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{17})$.34
■ $t_s(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{17})$	2.09				
■ $t(\frac{\pi}{10}, \frac{2 \cdot \pi}{17})$.34				
					
	<p>Die Periodendauer der Schwebung lesen wir aus dem zeitlichen Abstand zweier benachbarter Amplitudenmaxima ab; es ergibt sich $T_S = (4,16 - 0,08)/2 = 2,04$ s.</p> <p>Die Periodendauer der eigentlichen Schwingung erhalten wir zu $T = 0,34$ s.</p>				

2.2. Messungen mit dem LIGHT - Sensor

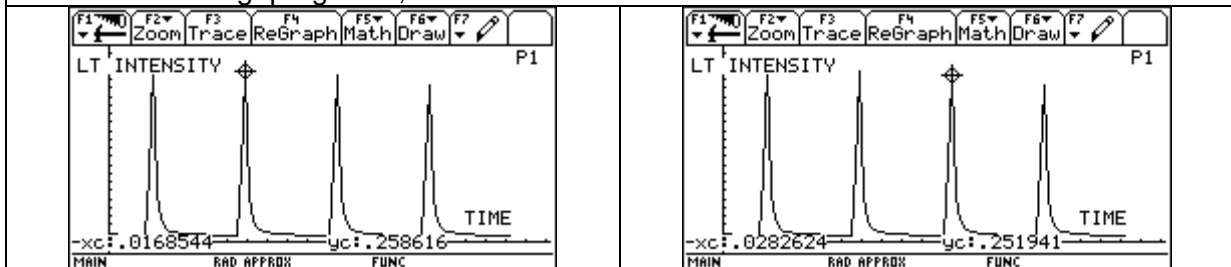
2.2.1 Wir bestimmen die Bildwiederholfrequenz eines Computermonitors

Dazu verwenden wir das Programm **PHYSICS()**

	
---	--



Der Light-Sensor wird einfach zum Bildschirm gehalten; die Messdaten werden in den Listen L1 (Zeit) und L2 (Intensität) gespeichert und automatisch als Zeit-Intensitätskurve im Grafik-Fenster des TI92 ausgegeben. Mit Hilfe von TRACE kann man die Frequenz aus den Abständen zwischen zwei (oder etwas genauer zwischen mehreren) Intensitätsspitzen, die sehr deutlich ausgeprägt sind, ermitteln.

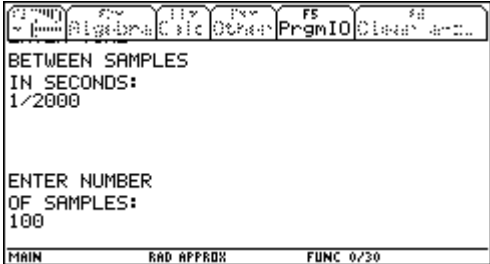
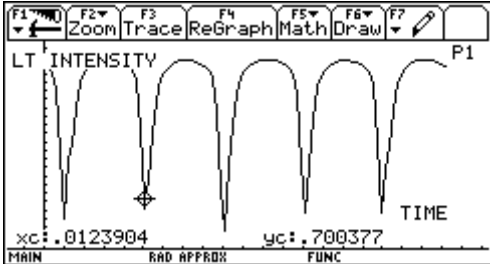
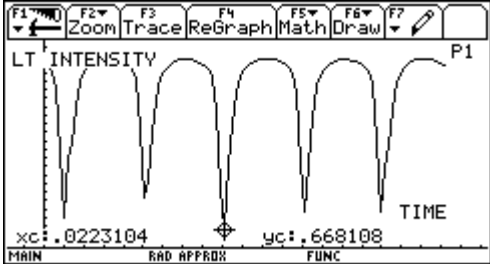


Die Häufigkeit, mit der eine Bildschirmseite pro Sekunde aufgebaut wird, die Bildfrequenz, wird in Hertz (Hz) gemessen und bestimmt die Flimmerfreiheit des Bildes. Wir erhalten aus dem Abstand zweier Peaks eine Bildfrequenz von etwa 88 Hz,; in der Produktbeschreibung des verwendeten Monitors sind 90 Hz angegeben. Durch Verändern der Zeit zwischen den einzelnen Messungen und der Anzahl der Messungen könnte man untersuchen, ob man den Messfehler verringern kann.

2.2.2 Wir messen die Lichtintensität einer Leuchtstoffröhre

Dazu verwenden wir das Programm **PHYSICS()**

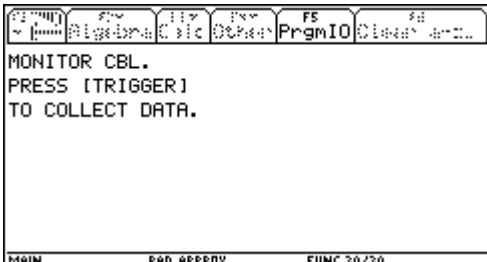

- Richte den Lichtsensor gegen eine Leuchtstoffröhre und miss deren Intensität in einem sehr kurzen Zeitintervall.
- Wie interpretierst du die Form des resultierenden Grafen Intensität gegen Zeit?
- Kannst du mit Hilfe der Formel $y = A | \sin(B(x - C)) | + D$ die zeitliche Abhängigkeit der Lichtintensität modellieren?

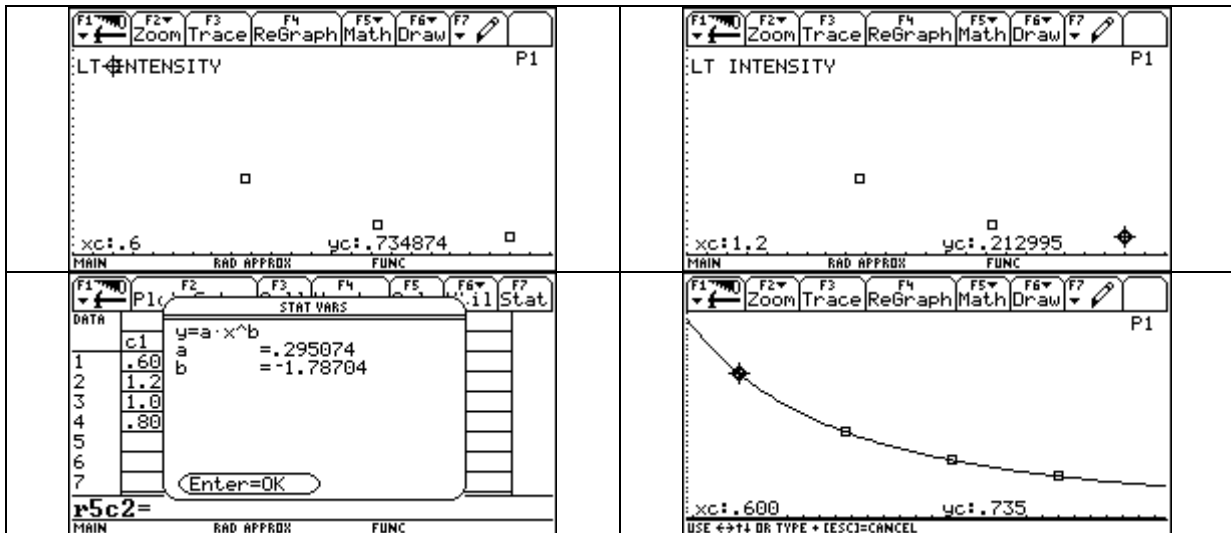
	
	<p>Spitzen korrespondieren mit Zeitpunkten, wenn die Spannung maximal ist; Minima mit Zeiten, wo diese ihre Nulldurchgänge hat.</p> <p>Es ergibt sich eine Frequenz von 100 Zyklen pro Sekunde, da die Polarität zweimal pro Wechselstromzyklus wechselt.</p>

2.2.3 Wir messen die Lichtintensität einer Lichtquelle in Abhängigkeit vom Abstand

Wir verwenden das Programm **PHYSICS()**

Mit der Option TRIGGER/PROMPT hat man die Möglichkeit einzelne Datenpunkte zu messen; die Messung wird durch Drücken der TRIGGER-Taste am CBL in Gang gesetzt; anschließend kann am TI92-Bildschirm die jeweilige Entfernung von der Lichtquelle eingegeben werden.

	 <p>Mit MORE DATA bestätigt man den nächsten Datenpunkt; wenn keine Messpunkte mehr gewünscht werden kann schließlich der untenstehende Graph ausgegeben werden. Die Daten sind in den Listen L1 (Abstand) und L2 (Intensität) gespeichert.</p>
---	---



Da die gemessene Lichtintensität verkehrt zum Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle sein muss, kann aus dem Zahlenwert für B die Güte und Genauigkeit der Messung gefolgert werden.

➤ Führe mehrere Messungen durch und bemühe dich, dem Wert $B = -2$ zu nähern!

Wie würde sich die Verwendung einer helleren bzw. weniger helleren Glühbirne auf die Größen der Parameter A und B auswirken?

➤ Führe das Experiment mit Lampen verschiedener Helligkeit durch!

➤ Erfasse jeweils 10 Intensitätswerte für Abstände von 1 Meter bis 2 Meter von der Lichtquelle und ermittle mit POWERReg jeweils die Regressionsfunktionen!

2.3. Messungen mit dem Temperatursensor

2.3.1 Abkühlung einer Tasse Tee - Experiment

Es ist günstig eine nicht allzu große Menge Flüssigkeit zu nehmen, damit die versuchsdauer möglichst kurz gehalten werden kann und den Temperatursensor zu fixieren. Der Temperatursensor wird an den Kanal CH-1 des CBL angeschlossen und anschließend wird der TI92 mit Hilfe des Link-Kabels mit dem CBL verbunden

Wir verwenden das Programm PHYSICS(), indem wir es im HOME-Editor des TI92 starten

<p>Im MAIN MENU rufen wir SET UP PROBES auf, markieren ONE und bestätigen. Im folgenden Menü SELECT PROBE wird TEMPERATURE ausgewählt.</p>	<p>The screenshot shows a menu titled '**SELECT PROBE**' with options: 1: MOTION, 2: FORCE, 3: ACCELEROMETER, 4: MICROPHONE, 5: PRESSURE, 6: TEMPERATURE (highlighted), 7: MORE. The calculator status bar at the bottom shows 'MAIN DEG APPROX FUNC 10/30'.</p>
--	--

<p>Nachdem die Messung mit der ENTER-Taste gestartet wurde, kommt die Meldung, dass die Messdaten nach Beendigung der Messung (hier eine Stunde) im MAIN MENU mit RETRIEVE DATA vom CBL in den TI92 kopiert werden sollen.</p>																																																	
<p>Nachdem die Daten in den TI92 geholt wurden, können sie auch grafisch dargestellt werden. Das Zeit- Temperatur – Diagramm der abkühlenden Teemenge hat nun folgendes Aussehen.</p>																																																	
<p>Die Daten stehen in Listen L1 (Zeit) und L2 (Temperatur) zur Verfügung und können als Matrix dargestellt bzw. für weitere Untersuchungen gespeichert werden.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>c1</th> <th>c2</th> <th>c3</th> <th>c4</th> <th>c5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>.0038272</td> <td>77.39</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>300.01</td> <td>65.53</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>600.03</td> <td>58.22</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>900.04</td> <td>52.68</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1200.</td> <td>48.53</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>1500.</td> <td>45.05</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>1800.</td> <td>42.39</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		c1	c2	c3	c4	c5	1	.0038272	77.39				2	300.01	65.53				3	600.03	58.22				4	900.04	52.68				5	1200.	48.53				6	1500.	45.05				7	1800.	42.39			
	c1	c2	c3	c4	c5																																												
1	.0038272	77.39																																															
2	300.01	65.53																																															
3	600.03	58.22																																															
4	900.04	52.68																																															
5	1200.	48.53																																															
6	1500.	45.05																																															
7	1800.	42.39																																															

2.3.2 Gegenüberstellung mit der Theorie - Modellbildung




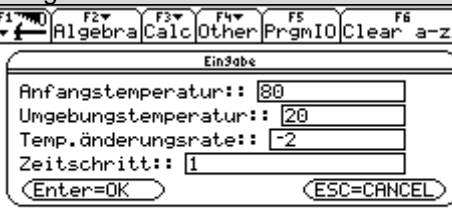
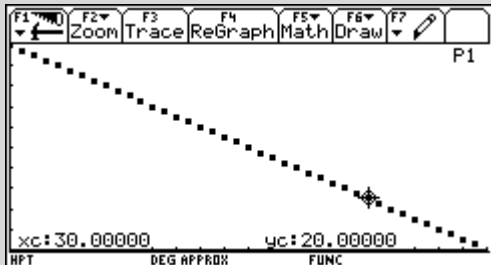
Bringt man eine heiße Flüssigkeit in eine Umgebung mit niedrigerer Temperatur, so kühlt sie im Lauf der Zeit ab. Beispielsweise kühlt eine Tasse mit heißem Tee allmählich auf Zimmertemperatur ab. Der zeitliche Verlauf der Temperatur ist ein dynamischer Vorgang, den wir untersuchen wollen.

Wenn wir ohne physikalische Vorkenntnisse an unsere Aufgabe herangehen, werden wir von einer „gleichmäßigen“ Temperaturabnahme ausgehen; d.h. die Temperatur nimmt in jeder Minute um den gleichen Wert ab. Wir werden uns vielleicht aber auch denken, dass die Abkühlung von der Umgebungstemperatur abhängt. Zu einer höheren Umgebungstemperatur wird also auch eine höhere Teetemperatur gehören!

Modellansatz – gleichbleibende Temperaturänderungsrate:

$$\text{Temperatur}(\text{neu}) = \text{Temperatur}(\text{alt}) + \text{Temperaturänderungsrate} \cdot \text{Zeitschritt}$$

Für unsere Rechnung nehmen wir an, dass die Teetemperatur zu Beginn 80°C und die Umgebungstemperatur 20°C beträgt. Wir messen, dass der Tee nach 30 Minuten die Umgebungstemperatur erreicht hat und bestimmen daher die Temperaturänderungsrate $\Delta T = -2^\circ\text{C}/\text{Minute}$. wir wählen als Zeitschritt eine Minute und erstellen im Programm-Editor ein entsprechendes Programm ABKUEHL1(), mit dem wir dann die Entwicklung der Teetemperatur simulieren werden.

 <pre> :abkuehl1() :Prgrm :Local t0,tu,t,te,dt,delta :DelVar tee,liste1,liste2 :Dialog :Title "Eingabe" :Request "Anfangstemperatur:" ,t0 :Request "Umgebungstemperatur:" ,tu :Request "Temp.änderungsrate:" ,delta :Request "Zeitschritt:" ,dt :EndDialog : </pre>	 <pre> : :expr(t0)+t0:expr(tu)+tu :expr(delta)+delta:expr(dt)+dt :0->t:t0+te:0->n : :While t<40 :n+1->n:t+liste1[n]:te->liste2[n] :te+delta*dt->te :t+dt->t :EndWhile : : </pre>
 <pre> : : :"Aufbereitung der Daten für die grafische Ausgabe" : :NewData tee,liste1,liste2 :NewPlot 1,1,c1,c2,,,4 :EndPrgrm </pre>	<p>Nach Eingabe der Parameter</p>  <p>abkuehl1()</p>
<p>erhalten wir - nach Wahl der richtigen Window-Variablen -</p> <p style="text-align: center;">im Grafik- Fenster</p> 	<p>Die Zeitkurve für die Teetemperatur ist – wie zu erwarten – eine Gerade.</p> <p>Die lineare Funktion, die die Zeitabhängigkeit der Temperatur beschreibt, lautet:</p> $f(t) = \dots + \dots$ <p>Der Steigung der Geraden entspricht die von °C/Minute</p>

Vervollständige die nachfolgende Tabelle mit den Ergebnissen deiner Simulationsrechnung, wo die Temperatur des Tees in Zeitschritten von 5 Minuten festgehalten wird.


Vergleiche die Rechenwerte mit den durch Messung ermittelten Werten.

- *Wo ergeben sich deutliche Unterschiede?*
- *Wie gut ist unser Modellansatz?*

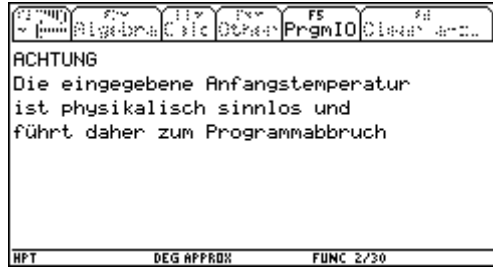
T (°C)	80							T (°C)	80						
t (min)	0	5	10	20	30	35	40	t (min)	0	5	10	20	30	35	40

- *Führe die Simulation auch mit unterschiedlichen Anfangstemperaturen (60, 90, 100°C) und verschiedenen Änderungsraten (-1, -3°C pro Minute) durch.*
- *Wähle auch verschiedene Simulationszeiträume!*
- *Was zeigt sich, wenn diese sehr groß gewählt werden?*

➤ **Ändere das Programm so ab, dass die eingegebene Anfangstemperatur des Tees nicht mehr als 100°C betragen kann!**



Beim Aufruf des Programms soll bei einer Anfangstemperatur > 100°C eine entsprechende Meldung ausgeben und daraufhin das Programm abgebrochen werden.



In unserer Simulation sinkt die Teetemperatur für größere Simulationszeiträume unter die, was der Realität widerspricht. Wir müssen daher nach einem besseren Modellansatz suchen?

Wir wissen, dass der Abkühlvorgang nach Erreichen der beendet ist. Wir können uns auch vorstellen, dass er umso langsamer erfolgt, je näher die Teetemperatur kommt.

Verbesserter Modellansatz:
Wie nehmen also an, dass die Abkühlrate = Temperaturänderung pro Minute nicht mehr während der gesamten Dauer gleich groß ist, sondern von der Temperaturdifferenz „Teetemperatur minus Umgebungstemperatur“ abhängt; also im einfachsten Fall zur Temperaturdifferenz proportional ist.


Temperturänderungsrate

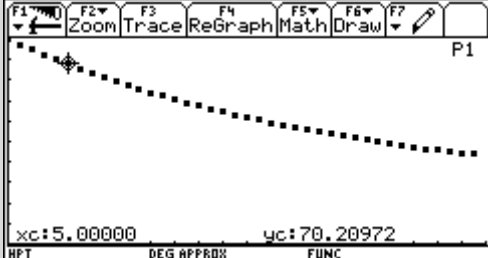
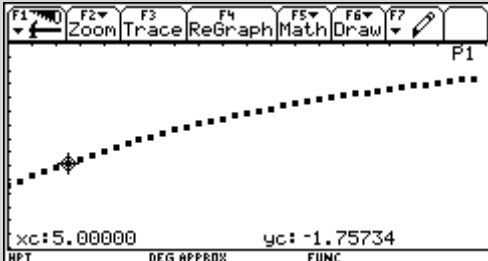
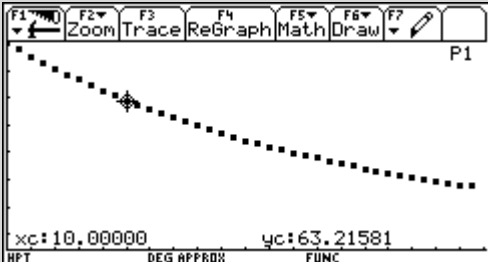
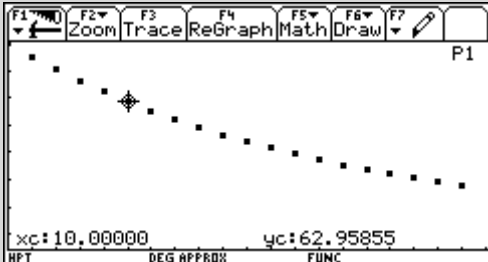

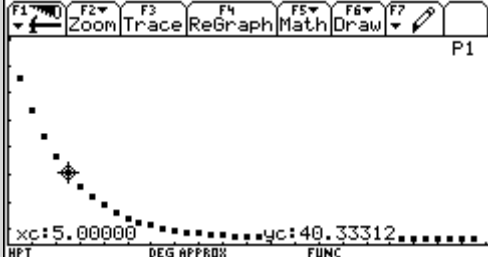
=

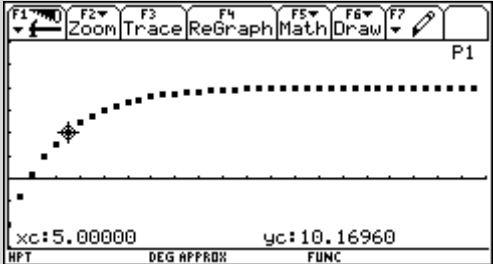
- Proportionalitätskonstante mal Temperaturdifferenz mit

Temperaturdifferenz = Teetemperatur – Umgebungstemperatur

- *Erstelle in Anlehnung an das Programm ABKUEHL1() ein Programm ABKUEHL2(), das diesen neuen Modellansatz berücksichtigt.*
- *Schätze dann die Proportionalitätskonstante k ab:*
 Beim ersten Zeitschritt beträgt die Temperaturdifferenz°C. Wenn wir wieder



<p>eine Abkühlung von ca. zwei Grad ansetzen, können wir mit $k = \dots\dots\dots$ rechnen.</p> <p>➤ Führe mit deinem neuen Programm in Schritten von einer Minute Berechnungen durch, die dir den zeitlichen Verlauf der Temperatur und der Änderungsrate angeben.</p>																	
<p>Ermittle auch die Temperaturänderungsraten ΔT in $^{\circ}\text{C}/\text{Minute}$ und ergänze die folgende Tabelle.</p> <p>➤ Was fällt dir auf?</p> <p>➤ Welche physikalische Aussage steckt dahinter?</p>																	
<table border="1" data-bbox="178 609 794 748"> <tr> <td>t(min)</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>30</td> <td>35</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>$\Delta T(^{\circ}\text{C})$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	t(min)	1	5	10	15	30	35	40	$\Delta T(^{\circ}\text{C})$								<p>Die Temperaturänderungsrate wird während des gewählten Zeitintervalls gehalten.</p> <p>Da aber der Abkühlvorgang kontinuierlich verläuft, nehmen wir in unserem Modell einen systematischen Fehler in Kauf, der umso kleiner wird, je wir die wählen.</p>
t(min)	1	5	10	15	30	35	40										
$\Delta T(^{\circ}\text{C})$																	
<p>Berechne die Werte des Temperaturverlaufs mit ABKUEHL2(), wobei du nun eine Umgebungstemperatur von 24°C zugrunde legst. Rechne einmal mit einem Zeitschritt von einer Minute und dann mit einem Zeitschritt von zwei Minuten!</p> <p>➤ Warum erhältst du unterschiedliche Temperaturwerte?</p>																	
<p style="text-align: center;">Zeitschritt = 1 Minute</p> 	<p style="text-align: center;">Zeitschritt = 1 Minute</p> 																
<p>➤ Führe die Simulation auch mit unterschiedlichen Anfangstemperaturen ($60, 90, 100^{\circ}\text{C}$) und verschiedenen Proportionalitätsfaktoren ($0,2 ; 0,5 ; 1!$) durch.</p> <p>➤ Wähle auch verschiedene Simulationszeiträume!</p> <p>➤ Was zeigt sich, wenn diese sehr groß gewählt werden?</p>	<p>Die Zeitkurve zeigt nun das erwartete Verhalten; der Tee kühlt zunächst , dann zunehmend bis zur ab. Die Geschwindigkeit des Abkühlvorgangs ist durch gegeben und an der für die abzulesen.</p> <p>Das grundsätzliche Verhalten , wenn man andere Ausgangstemperaturen oder andere Änderungsraten verwendet.</p>																
																	
<p>➤ Wie beeinflusst die Wahl des Wertes für den Proportionalitätsfaktor den Temperaturverlauf und den Verlauf der Werte für die Änderungsrate?</p> <p>➤ Ist der Wert $k = 1$ physikalisch sinnvoll?</p> <p>➤ Wie könntest du unterschiedliche Werte für den Proportionalitätsfaktor physikalisch interpretieren?</p>																	

<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Wie reagiert unser Modell, wenn wir eine Anfangstemperatur < Umgebungstemperatur eingeben?</i> ➤ <i>Was geschieht hier vom physikalischen Blickpunkt aus?</i> ➤ <i>Was ergibt sich für Anfangstemperatur = Umgebungstemperatur?</i> 	
<p><i>Experiment – Modell – Abstimmen der Parameter:</i> Hinterfrage nun dein Modell von der Seite der Realität: Verfolge den Temperaturverlauf experimentell und miss dazu nach jeweils fünf Minuten die Temperatur in einer Teetasse. Die Messwerte gib als Tabelle in den DATA-MATRIX-Editor ein und stelle sie gemeinsam mit den Simulationsergebnissen dar, nachdem du einen geeigneten Proportionalitätsfaktor k zur Berechnung der Änderungsrate ΔT bestimmt hast!</p>	<p>Der Vergleich der simulierten Werte und der gemessenen Werte zeigt, dass unser Modell den Abkühlvorgang grundsätzlich beschreibt!</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Worauf führst du die Abweichungen zwischen deiner Messung und der Simulation zurück?</i>
<p>Der Abkühlvorgang unterliegt auch Werten, die wir nicht berücksichtigt haben: </p>	
<p><i>Beispiel:</i> Ein Glas Mineralwasser, das mit einer Temperatur von 4°C (Kühlschrank) in eine Umgebungstemperatur von 20°C gebracht wird, erwärmt sich nach derselben Gesetzmäßigkeit, wie beim Abkühlvorgang. Modelliere diesen Erwärmungsvorgang und bestimme durch Simulation die Zeitspanne, in der sich die Temperaturdifferenz halbiert hat. Wie lange dauert es, bis sie sich ein zweites Mal halbiert usw. ?</p>	

- *Jetzt kannst du noch deine im Experiment gemessenen Daten mit den entsprechenden Modellergebnissen vergleichen, indem du in dein Simulationsprogramm die tatsächlichen Werte für die Anfangstemperatur und die Umgebungstemperatur eingibst und dir überlegst, wie du die Temperaturänderungsrate ermitteln kannst!*

3. Experimentieren mit dem CBR1

3.1 Arbeitsweise und Handhabung des CBR

Der CBR ist ein Schall-Bewegungsdetektor, der einen Ultraschallimpuls aussendet und die Zeit misst, bis der Impuls nach Reflexion am nächstgelegenen Objekt wieder zurückkehrt. Der Ultraschallsensor nimmt bis zu 200 Messungen je Sekunde vor; der Messbereich reicht von etwa 0,5 bis 6 Meter.

Wie jeder andere Schall-Bewegungsdetektor misst auch der CBR den Zeitraum zwischen dem Absenden des Ultraschallimpulses und der Ankunft des ersten Echos; allerdings hat der CBR einen eingebauten Mikroprozessor, der beim Sammeln der Daten anhand der Schallgeschwindigkeit² die Entfernung des Objekts vom CBR und anschließend die erste und zweite Ableitung der Entfernungsdaten nach der Zeit berechnet. So erhalten wir Geschwindigkeits- und Beschleunigungsinformationen. Diese Messwerte werden in den Listen L1(=Zeit), L2(=Entfernung), L3(=Geschwindigkeit) und L4(=Beschleunigung) gespeichert. Es ist eine lehrreiche Übung, die Berechnungen des CBR selbst nachzuvollziehen: an Hand der erfassten Zeiten in L1 und der zugehörigen Entfernungsdaten in L2 lässt sich die Geschwindigkeit des Objekts zu jedem Messzeitpunkt

¹ Calculator – Based - Ranger

² Es wird mit einer nominalen Schallgeschwindigkeit gerechnet; für hochgenaue Messungen kann mit Hilfe eines Programmierbefehls (Siehe Handbuch zum CBR Seite 40-41) die aktuelle Umgebungstemperatur spezifiziert werden.



berechnen; anschließend können die selbst berechneten Ergebnisse mit den Geschwindigkeitsdaten in L3 verglichen werden.

$$L3_n = \frac{(L2_{n+1} + L2_n) / 2 - ((L2_n + L2_{n-1}) / 2)}{L1_{n+1} - L1_n}$$

Ebenso soll an Hand der Geschwindigkeitsdaten in L3 (oder der selbst berechneten Werte) und der zugehörigen Zeiten in L1 die Beschleunigung des Objekts zu jedem Zeitpunkt ermittelt und mit den Werten in L4 verglichen werden.

Mit Hilfe des CBR und eines grafischen Rechners können ohne aufwendige Messungen und manuelles Auftragen Bewegungsdaten gesammelt und anschließend analysiert werden. So können die funktionalen Zusammenhänge zwischen Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit an Realexperimenten erforscht werden.

Im CBR ist das für die einzelnen TI-Taschenrechner angepasste Programm RANGER enthalten, das in den Taschenrechner übertragen werden kann.

<p>Nach dem Starten des RANGER-Programms wird der Anfangsbildschirm angezeigt, wo die Einstellungen vor der Messung eingesehen und verändert werden können.</p>	
<p>Wird der Eintrag SETUP/SAMPLE gewählt, so wird der Bildschirm SETUP angezeigt; hier muss ENTER gedrückt und START NOW gewählt werden. Nach Einrichten des Experiments wird dann die Messung mit ENTER gestartet.</p>	
<p>Im Modus REALTIME = YES verarbeitet der CBR die gewünschten Daten für das Diagramm (Abstand, Geschwindigkeit oder Beschleunigung) und überträgt diese nach jeder einzelnen Abstandsmessung an den Taschenrechner. RANGER zeichnet dann für diesen Impuls ein einzelnes Pixel. Dadurch ist die maximale Messrate in diesem Modus beschränkt, weil alle diese genannten Operationen vor der nächsten Einzelmessung abgeschlossen sein müssen. Das Messen, Verarbeiten und Übertragen der Daten dauert für einen Datenpunkt ca. 0,08 Sekunden. Da für Operationen wie das Zeichnen des Punktes zusätzliche Zeit benötigt wird, sinkt die effektive Messrate im RANGER auf eine Messung in ca. 0,125 Sekunden. Dieser Modus eignet sich daher nur für langsamere Objekte, wenn man die Ergebnisse bereits bei der Erfassung sehen möchte; allerdings kann nur ein Datentyp (Abstand, Geschwindigkeit oder Beschleunigung) pro Einzelmessung erfasst und grafisch dargestellt werden.</p>	
<p>Für schnellere Objekte sollte der Modus REALTIME=NO verwendet werden. In diesem Modus werden die Daten im CBR gespeichert und erst nach vollendeter Messung an den Taschenrechner übertragen. Die Messrate kann für nahe Objekte bis auf eine Messung in 0,005 Sekunden ansteigen. Die Daten können auch gemeinsam genutzt werden, so dass alle Schüler mit den gleichen Daten an der Datenanalyse teilnehmen könnten, da die Daten mit Hilfe des Verbindungskabels und dem Befehl TOOLS/GET CBR DATA auf jedes Gerät, wo das Programm RANGER installiert ist, sehr einfach übertragen werden können.</p>	

Nachdem die Daten erhoben und mittels RANGER grafisch dargestellt wurden, kann man ihre Beziehung zu einer Funktion untersuchen (linear, quadratisch, exponentiell, sinusförmig). Da die Daten in Listen gespeichert sind und als statistische Diagramme dargestellt werden, kann man diese Beziehung mittels *TRACE*, *GRAPH*, *Y=* oder einer entsprechenden *Regression* erforschen.


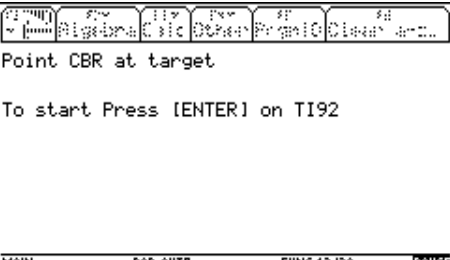
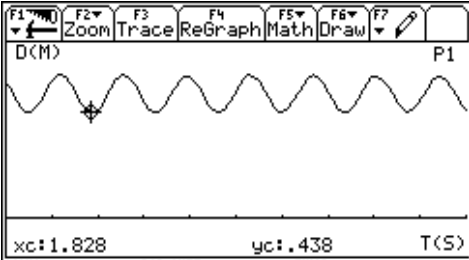
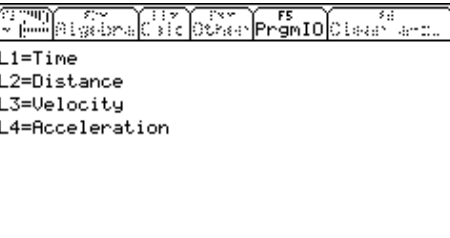
Innerhalb des RANGER-Programms kann auch ein interessierender Datenbereich ausgewählt werden und dieser Datensatz durch Glätten manipuliert werden.

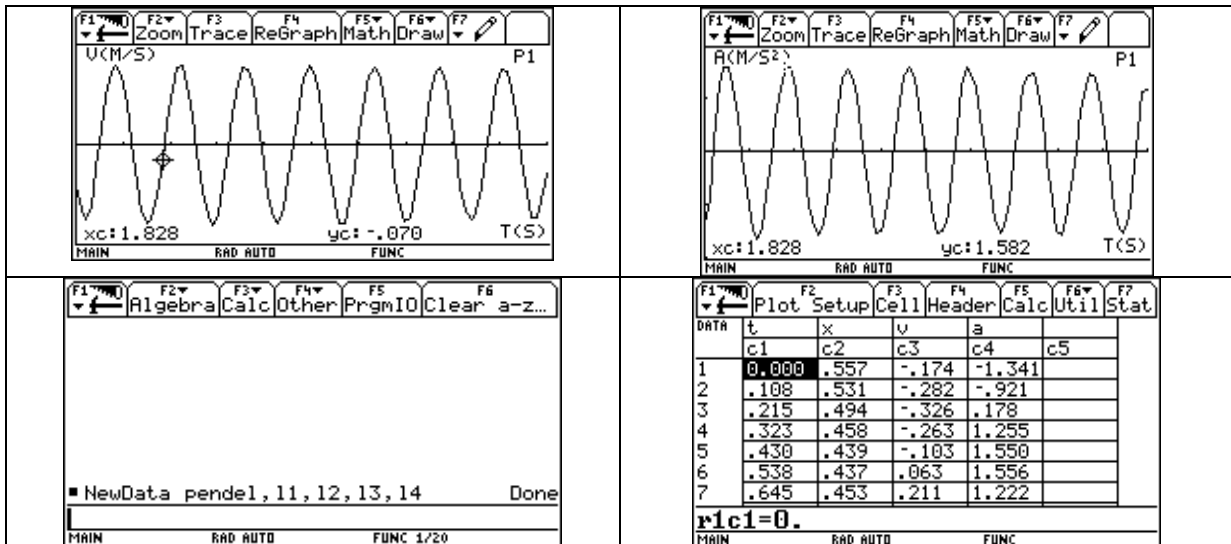
Außerhalb des RANGER-Programms können wir die Daten mit Hilfe des Listen – bzw. Dateneditors des Taschenrechners untersuchen. An die Daten kann mit Hilfe des *Y=*-EDITORS des Taschenrechners eine Funktion manuell angepasst werden oder mit Hilfe der Regressionsfunktionen des Taschenrechners eine automatische Bestimmung der den Daten am ehesten entsprechenden Gleichung vorgenommen werden.

3.2. Messungen mit dem CBR

3.2.1 am Beispiel Fadenpendel

Es sollen Untersuchungen einer einfachen harmonischen Bewegung durch Beobachtung eines freischwingenden Pendels vorgenommen werden und die Ergebnisse mit den aus Rechnungen und Simulationen erhaltenen Resultaten verglichen werden.

<p style="text-align: center;">Datenerfassung</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Das Pendel muss so aufgebaut und ausgerichtet werden, dass es in direkter Linie mit dem CBR schwingt. ✓ Während der Datenerfassung ist ein klickendes Geräusch zu hören. ✓ Nach Ende der Messsequenz zeigt der Taschenrechner automatisch ein Zeit-Entfernungs-Diagramm an.
	
	<p>In den Listen L3 und L4 stehen die Daten für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Pendelkörpers bereit; sie können entweder über das RANGER-Programm direkt angezeigt werden oder über den DATA-MATRIX-Editor mit Hilfe entsprechender Definitionen geplottet werden.</p>



Physikalische und mathematische Zusammenhänge

Es kann nun aus diesen Grafen bzw. Daten die Frequenz bzw. die Schwingungsdauer des Pendels ermittelt werden und mit den Ergebnissen der Simulationsrechnungen bzw. durch Berechnen der Schwingungsdauer nach der Formel verglichen werden.

Weiter soll auch nach einem Zusammenhang zwischen den einzelnen Größen x , v und a in Abhängigkeit von der Zeit gesucht werden. Die Ableitungen sinusförmiger Funktionen sind wieder sinusförmig; es soll aber die Phasenbeziehung zwischen Position und Geschwindigkeit des Pendelkörpers beachtet werden.

Das Diagramm von L2 gegen L3, d.h. Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Auslenkung bildet eine Ellipse.

3.2.2 Arbeitsblatt – Messungen am Fadenpendel mit dem CBR

Datenerfassung	
1. Wie groß ist der Abstand vom CBR zur Ruheposition und 2. wie weit wirst du das Pendel aus der Ruhelage auslenken?	Abstand _{CBR-Ruhelage} = m Amplitude = m
3. Stelle mit Hilfe einer Stoppuhr fest, wie lange 10 Schwingungen dauern und berechne daraus die Schwingungsdauer des Pendels! 4. Welchen Vorteil bringt es, zehn Schwingungen statt nur einer zu stoppen?	<i>zehn</i> Schwingungen dauern s; <i>eine</i> Schwingung dauert s. Die Mittelwertbildung über einen Zeitraum Messfehler!
5. Schätze den während einer Schwingung zurückgelegten Weg!	Während einer Schwingung legt der Pendelkörper etwa m zurück.
6. Was fällt dir an der Form des angezeigten Zeit-Entfernungs-Diagramms auf?	Der zeitliche Verlauf der Entfernung ist s.....förmig; d.h. es handelt sich um eine p..... Funktion.
7. Wie wird die von dir gewählte und gemessene Anfangsauslenkung in diesem Diagramm repräsentiert?	
Untersuchungen	
Ändere im SETUP-Bildschirm die Zeit von 10 auf 5 Sekunden und wiederhole die Messsequenz: 8. Wie ändert sich das Aussehen des Diagramms und warum ändert es sich?	
9. Bestimme an Hand der Datenpunkte in deinem Diagramm die Anzahl vollständiger Zyklen je Sekunde; dieser Messwert wird als Frequenz bezeichnet.	die Frequenz beträgtHz die Schwingungsdauer beträgt s; es gilt der Zusammenhang
10. Welchen Einfluss hat die Verkürzung des Fadens auf die Periode des Pendels?	je kürzer das Pendel, desto die Periode(Schwingungsdauer)
11. Welchen Einfluss hat die Verlängerung des Fadens auf die Periode des Pendels?	je länger das Pendel, desto die Periode(Schwingungsdauer)
12. Welche Beziehung besteht zwischen der Amplitude des Pendelschwungs und dem Gesamtweg des Pendels in einer Periode?	Die Amplitude macht etwa ein des vom Pendel in einem Zyklus zurückgelegten Weges aus.
13. Vergleiche das Zeit-Entfernungs- mit dem Zeit-Geschwindigkeitsdiagramm und führe Ähnlichkeiten und Unterschiede auf!	Ähnlichkeiten:..... Unterschiede:

14. In welcher Position hat der Pendelkörper die größte Geschwindigkeit?	in der
15. In welcher Position hat der Pendelkörper die geringste Geschwindigkeit?	wenn der Pendelkörper seine Entfernung von der hat.
16. Wie beeinflusst eine Änderung der Masse des Pendelkörpers das Diagramm?, weil die Schwingungsdauer T nur von und abhängt.
17. Wie beeinflusst eine Änderung der Anfangsauslenkung das Zeit-Entfernungs-Diagramm?	
18. Wie beeinflusst eine Änderung der Anfangsauslenkung das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm?	
19. Wie beeinflusst eine Änderung der Anfangsauslenkung das Zeit-Beschleunigungs-Diagramm?	
Modellierungen	
1. Bilde das Abstand-Zeit-Verhalten des Pendels mit Hilfe deines TI92 und der Formel für eine sinusförmige Funktion $x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ nach, wobei x(t) die aktuelle Position, A die Amplitude, ω die Kreisfrequenz, φ den Phasenwinkel und t die Zeit bezeichnet; die Kreisfrequenz ergibt sich folgendermaßen aus der Periode T : $\omega = \frac{2\pi}{T}$	$x(t) = \dots \cdot \sin(\dots \cdot t + \dots)$
2. Gib diese Gleichung mit den berechneten Werten für A, ω und φ in den Y=EDITOR ein und stelle diese Funktion und das statistische Diagramm von L1(Zeit) gegen L2(Abstand) simultan dar.	Ändere die Werte für A, ω und φ , bis du eine gute Übereinstimmung erhältst. Wenn dir ein TI-83 oder TI-86 zur Verfügung steht, kannst du zur Bestimmung dieser Werte auch eine sinusartige Regression verwenden.
3. Untersuche das Verhältnis zwischen Position und Geschwindigkeit, indem du L2(Abstand) gegen L3(Geschwindigkeit) grafisch darstellst. 4. Welches Aussehen erwartest du von dem sich ergebenden Diagramm? 5. Vergleiche das tatsächliche Ergebnis mit deinen Erwartungen!	
Versuche auch das Geschwindigkeit-Zeit-Verhalten und das Beschleunigungs-Zeit-Verhalten mit deinem TI92 nachzubilden, indem du folgende Formeln verwendest: $v(t) = -\omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ und $a(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$	$v(t) = \dots$ $a(t) = \dots$

Die Auslenkung eines schwingenden Körpers als Funktion der Zeit ist folgendermaßen gegeben

$$x(t) = 0,7 + 3 \cdot \cos(5 \cdot t)$$

(Zeiten in Sekunden, Längen in Meter)

Finde die Auslenkung, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Körpers für die Zeit $t=2s$,

indem du die Momentangeschwindigkeit mit Hilfe des Differenzenquotienten $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$

ermittelst und ebenso analog die Momentanbeschleunigung! Vergleiche anschließend deine Resultate mit den Werten, die du beim Einsetzen in die oben angegebenen Formeln erhältst.

$$x(2s) = \dots\dots\dots \text{ m} , v(2s) = \dots\dots\dots \text{ m/s} \text{ und } a(2s) = \dots\dots\dots \text{ m/s}^2$$

3.2.3 Modellieren – experimentieren – veranschaulichen – analysieren

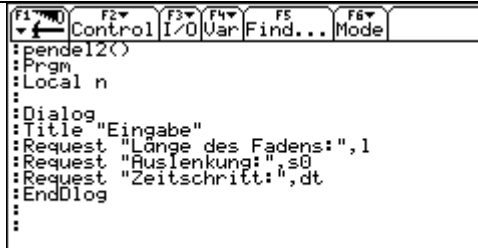
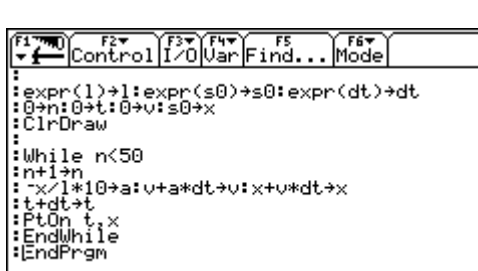
Eine Masse, die an einem praktisch gewichtslosen Faden hängt, schwingt fast genau harmonisch, wenn der Winkel mit der Ruhelage klein bleibt. Dann ist nämlich die rücktreibende Kraft proportional zur Entfernung von der Ruhelage, also eine lineare Funktion dieser Entfernung. Am Pendelkörper mit der Masse m greift das Gewicht $F = m \cdot g$ an. Wir zerlegen diese Kraft in zwei Komponenten parallel und senkrecht zur Fadenrichtung; die parallele Komponente F_p ruft die Fadenspannung hervor und die senkrechte Komponente F_n wirkt als rücktreibende Kraft und zieht das Pendel in seine Gleichgewichtslage zurück.

Es gilt: $F_n = m \cdot g \cdot \sin \varphi = m \cdot g \cdot \frac{x}{l} = k \cdot x$ (Für kleine Elongationen ist der Unterschied

zwischen der Strecke x und dem zugehörigen Bogenstück s vernachlässigbar klein; das Pendel schwingt also annähernd harmonisch mit der Bewegungsgleichung:

$$m \cdot a_x = -\frac{m \cdot g}{l} \cdot x \text{ oder } a_x = -\frac{g}{l} \cdot x , \text{ die mit Hilfe des TI92 gelöst werden soll.}$$

Mit Hilfe des Programms PENDEL2() wird die Schwingung des Fadenpendels am TI92 *simuliert und veranschaulicht und analysiert*

 <pre> :pendel2() :Prgm :Local n :Dialog :Title "Eingabe" :Request "Länge des Fadens:",l :Request "Auslenkung:",s0 :Request "Zeitschritt:",dt :EndDlog : </pre>	<p>Eingabewerte sind:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ die Pendellänge ✓ die Anfangsauslenkung und ✓ der Zeitschritt
 <pre> :expr(1)→1:expr(s0)→s0:expr(dt)→dt :0→n:0→t:0→v:s0→x :ClrDraw : :While n<50 :n+1→n :-x/l*10→a:a+a*dt→v:v+x*v*dt→x :t+dt→t :PtOn t,x :EndWhile :EndPrgm </pre>	<p>Aus der Auslenkung wird die Beschleunigung ermittelt; diese beeinflusst die Geschwindigkeit und damit ändert sich der Ort des Pendelkörpers, wodurch letztlich wieder die Beschleunigung verändert wird, usw. Die einzelnen Datenpunkte werden mit PtOn direkt im GRAFIK-Fenster ausgegeben.</p>
	<p>Für die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels mit der Länge l gilt:</p>

	$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ <p>Mit unseren Angaben ergibt sich eine berechnete Schwingungsdauer von 1,8 Sekunden.</p>
--	---

	<p>Wir erkennen an der Übereinstimmung der Schwingungsdauer (Rechnung und Simulation), dass unser Pendel im Modell richtig "schwingt" und können damit weitere Analysen und Parameterstudien vornehmen. Der TI92 ermöglicht die gleichzeitige Verfügbarkeit mehrerer Darstellungen.</p>
--	---

1. Wie hängt die Schwingungsdauer von der Pendellänge ab?

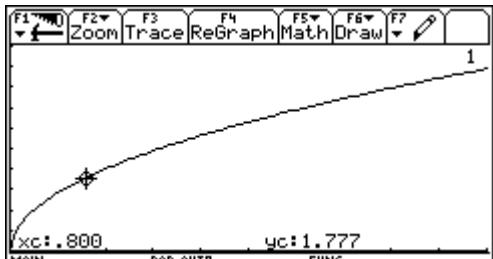
<p style="text-align: center;">Pendel P₁</p>	
---	--

<p style="text-align: center;">Pendel P₂</p>	
---	--

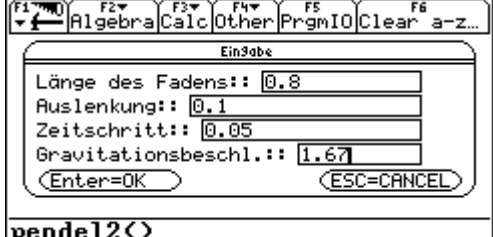
Die Pendellängen von P₁ und P₂ verhalten sich wie (3,2 : 0,2) = **16 : 1** – die daraus resultierenden Schwingungsdauern T₁ und T₂ wie (3,57 : 0,88) = **4 : 1**, d.h. die

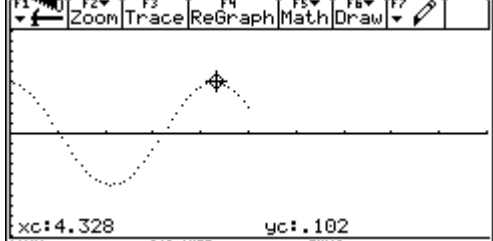
Schwingungsdauer ist proportional zur Wurzel aus der Pendellänge.

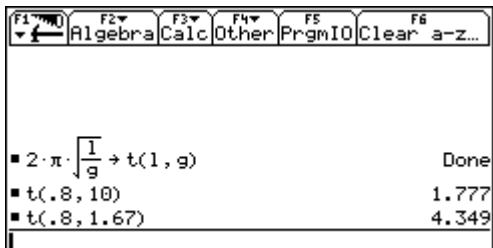
Im HOME-SCREEN definieren wir eine Funktion T(l), mit deren Hilfe die Schwingungsdauer in Abhängigkeit von der Pendellänge berechnet werden kann. Diese Funktion ist dann als y1(x) im unten stehenden Diagramm grafisch dargestellt.

	<p>Mit Hilfe von TRACE (=F3) kann die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Pendellänge noch einmal erfahren und überprüft werden; Ziel ist es auch, durch diese Visualisierungen und Analysen ein vertieftes Verständnis für Wurzelfunktionen und dem damit bestimmten funktionalen Zusammenhang zu erreichen.</p>
---	---

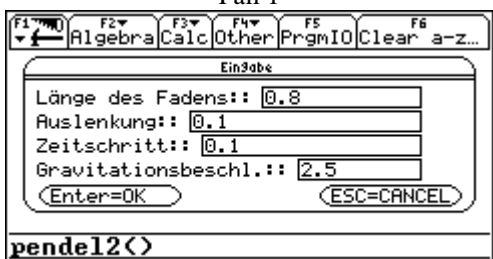
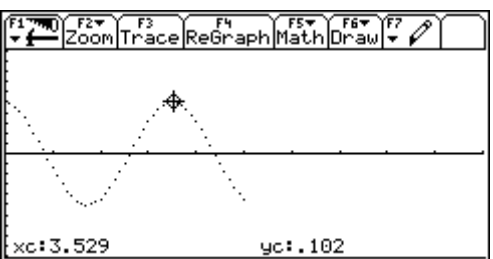
2. Wie hängt die Schwingungsdauer eines Fadenpendels vom Ort ab?

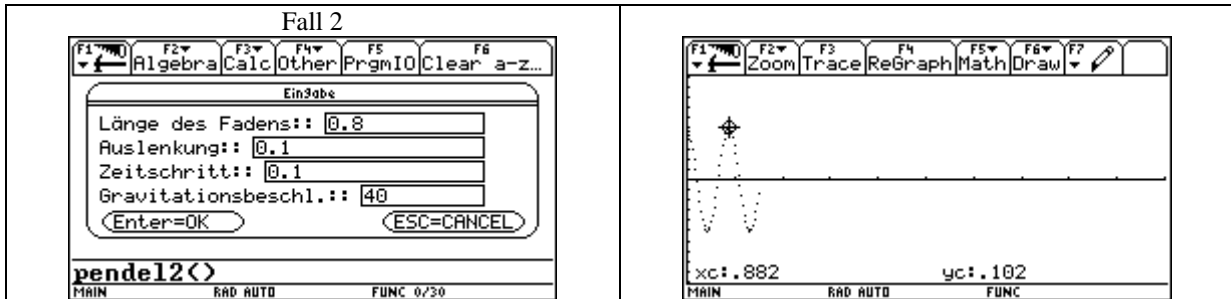
	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Wie groß ist die Schwingungsdauer eines Pendels mit einer Fadenlänge von 0,8 m auf dem Mond? ➤ Schwingt es dort langsamer oder schneller? ➤ Welche Möglichkeiten haben wir, das herauszufinden?
---	---

	<p>Unser Modellierungsprogramm liefert eine erste Lösung: eine Schwingung dauert dort etwa 4,3 Sekunden, also etwa 2,4 mal so lange wie auf der Erde.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Wie können wir dieses Resultat überprüfen?
--	--

 <p> $2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow t(l, g)$ Done $t(.8, 10)$ 1.777 $t(.8, 1.67)$ 4.349 </p>	<p>Eine Kontrolle im HOME-SCREEN ergibt beim Einsetzen der relevanten Werte in die Funktion $T(l, g)$, die die Abhängigkeit der Schwingungsdauer eines Fadenpendels von der Pendellänge und der Fallbeschleunigung beschreibt, eine Übereinstimmung mit den Resultaten aus der Simulation.</p>
---	---

Die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Fallbeschleunigung soll nun mehr systematisch untersucht werden; dazu setzen für g einmal $2,5 = \frac{1}{4}$ von $g_{\text{Erde}} (=10)$ und ein weiteres Mal $g = 40 = 4$ mal 10 .

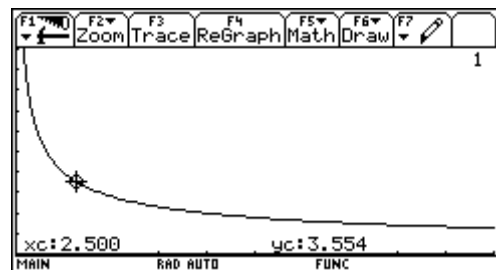
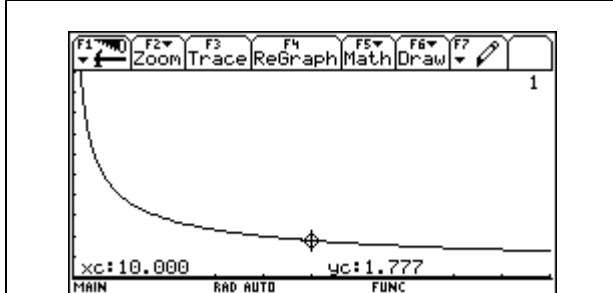
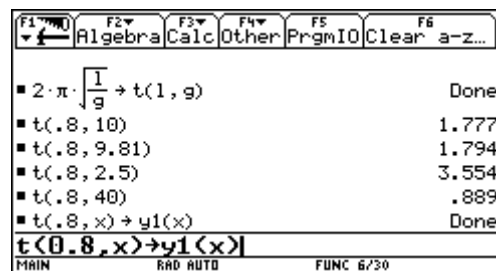
<p>Fall 1</p> 	
---	--



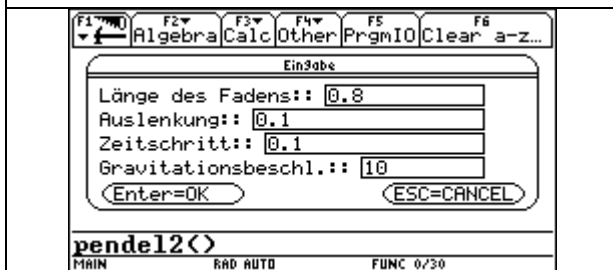
Die Fallbeschleunigungen verhalten sich für den Fall 1 wie $10 : 2,5 = 4 : 1$ und für Fall 2 wie $10 : 40 = 1 : 4$; die zugehörigen Schwingungsdauern verhalten sich wie $1,77 : 3,53 = 1 : 2$ bzw. $1,77 : 0,88 = 2 : 1$.

Die Schwingungsdauer ist also indirekt proportional zur Wurzel aus der Fallbeschleunigung.

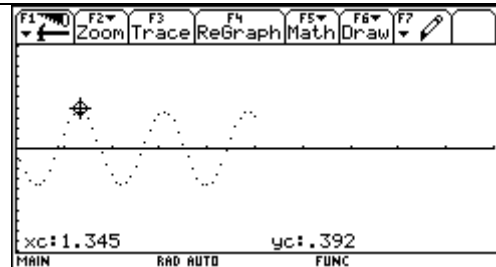
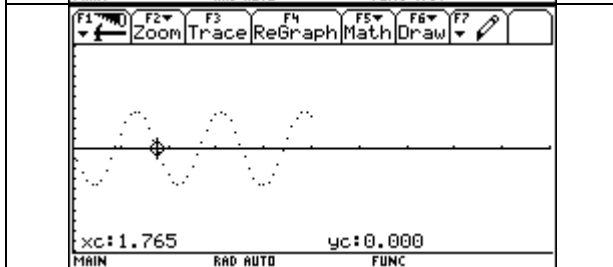
Die Funktion $T(l = 0,8 \text{ m}; g) = y_1(x)$ ergibt für die verwendeten Werte von g die bereits aus der Simulation bekannten Ergebnisse. Die oben beschriebene funktionale Abhängigkeit kann ebenso im GRAFIK-Fenster veranschaulicht werden; eine weitere Möglichkeit wäre die Darstellung der Wertepaare in der Tabelle mit TABLE

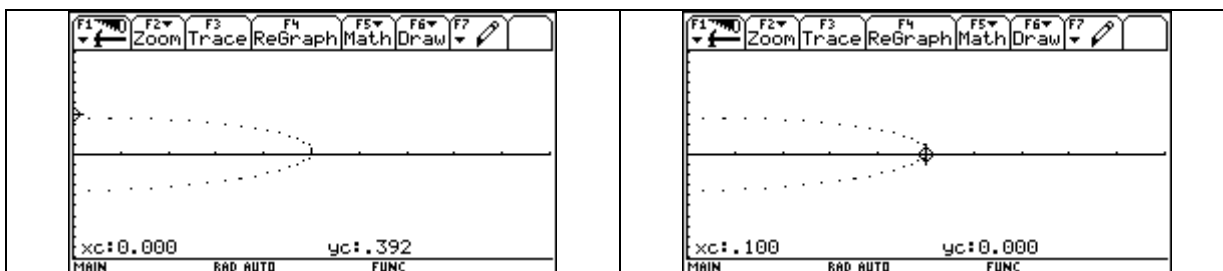


3. Mit welcher "Geschwindigkeit" schwingt der Pendelkörper?



Durch eine einfache Änderung im Programm – PtOn t,v statt PtOn t,x erhalten wir im Grafik-Fenster den zeitlichen Verlauf der horizontalen Geschwindigkeitskomponente angezeigt.





Das Programm PENDEL1() unterscheidet sich sich vom Programm PENDEL2() dadurch, dass die Datenpunkte t,x,und v in Listen abgespeichert werden und zu einem gemeinsamen Datenfile "Pendel" zusammengefasst werden, mit dem den aus dem DATA-MATRIX-Editor verschiedene weitere Berechnungen erfolgen können und grafische Darstellungen definiert werden können

```

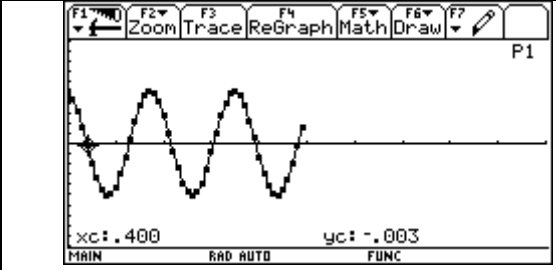
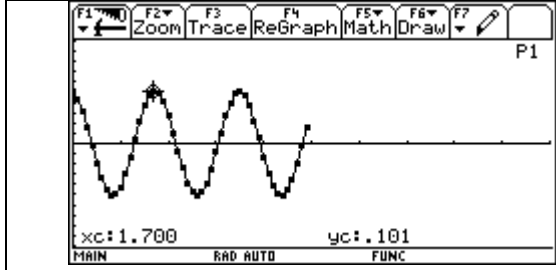
:pendel1()
:Prgm
:Local n
:DelVar pendel,liste1,liste2,liste3
:Dialog
:Title "Eingabe"
:Request "Länge des Fadens:",l
:Request "Auslenkung:",s0
:Request "Zeitschritt:",dt
:EndDialog
    
```

```

:expr(l)>+1:expr(s0)>+s0:expr(dt)>+dt
:0>:l:0>n:0>v:s0>x
:While n<50
:n+1>n
:t>liste1[n]:v>liste2[n]:x>liste3[n]
:-x/l*10>a:v+a*dt>v:x+v*dt>x
:t+dt>t
:EndWhile
:NewData pendel,liste1,liste2,liste3
:NewPlot 1,2,c1,c3,,,4
:EndPrgm
    
```

Ein Dialogfenster mit dem Titel "Eingabe". Es enthält drei Eingabefelder: "Länge des Fadens: 0.8", "Auslenkung: 0.1" und "Zeitschritt: 0.1". Unten befinden sich zwei Buttons: "Enter=OK" und "ESC=CANCEL".

Der definierte Plot (Elongation in Abhängigkeit von der Zeit) kann nun mit **GRAPH** sofort abgerufen werden – vorher sollten allerdings im WINDOW-Fenster sinnvolle Einstellungen vorgenommen werden! Mit **F3** können wir jetzt jeden Datenpunkt einzeln "betrachten".



Eine Hin- und Herbewegung (= eine Schwingung) dauert etwa 1,7 Sekunden; die Größe heißt *Schwingungsdauer* T.

Der erste Nulldurchgang findet nach etwa 0,4 Sekunden, das ist ca. ein Viertel der Schwingungsdauer, statt.

Im DATA-MATRIX-Editor stehen dann noch die drei im Programm definierten Listen für die Zeit, die "Geschwindigkeit" und die horizontale Auslenkung gleichzeitig zur Verfügung. Es können dann auch daraus einzelne "Plots" definiert werden: z.B. t-x-, t-v- bzw. x-v-Diagramme

Ein Dialogfenster mit dem Titel "OPEN". Es zeigt die Auswahl einer Datei. Die "Type" ist auf "Data" gesetzt, die "Folder" ist "main". Die "Variable" ist auf "pendel" ausgewählt. Die anderen Optionen sind "barof", "bschl", "feder", "glm", "sat11" und "turm".

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	t	u	x			
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	0	0	.100			
2	.100	-.125	.088			
3	.200	-.234	.064			
4	.300	-.314	.033			
5	.400	-.355	-.003			
6	.500	-.352	-.038			
7	.600	-.304	-.068			

r1c1=0

Es könnte aber auch die Güte des Programms mit Hilfe der Energieerhaltung getestet werden, indem man z.B. in c4 die vertikale Auslenkung, in c5 die potentielle Energie, in c6 die kinetische Energie und in c7 die Gesamtenergie berechnet und überprüft, ob die Gesamtenergie erhalten ist.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	t	u	x	u		
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	0	0	.100	.006		
2	.100	-.125	.088	.005		
3	.200	-.234	.064	.003		
4	.300	-.314	.033	6.7E-4		
5	.400	-.355	-.003	5.3E-6		
6	.500	-.352	-.038	9.1E-4		
7	.600	-.304	-.068	.003		

c4=.8*(1-cos(sin⁻¹(c3/.8)))

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	x	u	epot	ekin	eges	
	c3	c4	c5	c6	c7	
1	.100	.006	.013	0.000	.013	
2	.088	.005	.010	.002	.011	
3	.064	.003	.005	.005	.011	
4	.033	6.7E-4	.001	.010	.011	
5	-.003	5.3E-6	1.1E-5	.013	.013	
6	-.038	9.1E-4	.002	.012	.014	
7	-.068	.003	.006	.009	.015	

c5=.2*10*c4

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	x	u	epot	ekin	eges	
	c3	c4	c5	c6	c7	
1	.100	.006	.013	0.000	.013	
2	.088	.005	.010	.002	.011	
3	.064	.003	.005	.005	.011	
4	.033	6.7E-4	.001	.010	.011	
5	-.003	5.3E-6	1.1E-5	.013	.013	
6	-.038	9.1E-4	.002	.012	.014	
7	-.068	.003	.006	.009	.015	

c6=.1*c2*c2

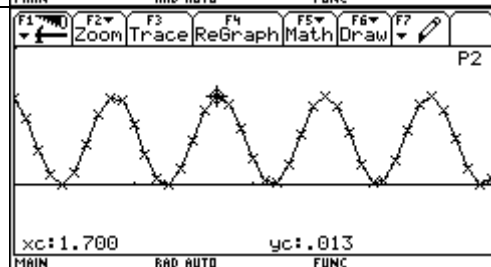
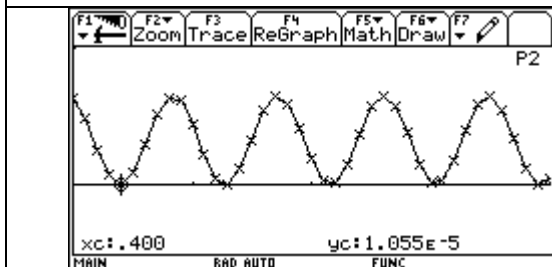
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	x	u	epot	ekin	eges	
	c3	c4	c5	c6	c7	
1	.100	.006	.013	0.000	.013	
2	.088	.005	.010	.002	.011	
3	.064	.003	.005	.005	.011	
4	.033	6.7E-4	.001	.010	.011	
5	-.003	5.3E-6	1.1E-5	.013	.013	
6	-.038	9.1E-4	.002	.012	.014	
7	-.068	.003	.006	.009	.015	

c7=c5+c6

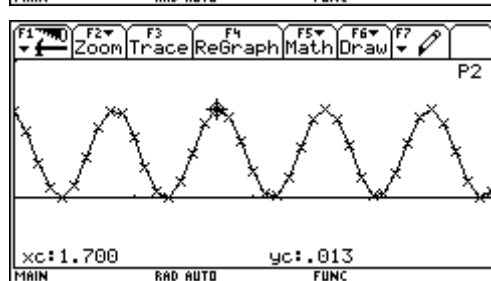
Mit F2/ PLOT SETUP und DEFINE werden jetzt weitere drei "PLOTS" (für die zeitliche Entwicklung der potentiellen Energie, der kinetischen Energie und der Gesamtenergie) definiert, um die Güte der Simulation zu testen.

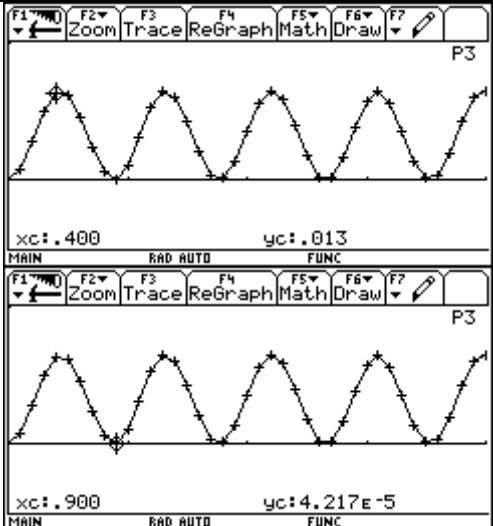
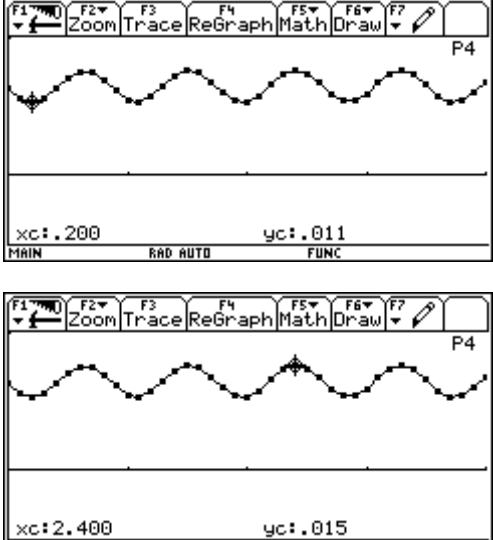
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	x	u	epot	ekin	eges	
	c3	c4	c5	c6	c7	
1	.100	.006	.013	0.000	.013	
2	.088	.005	.010	.002	.011	
3	.064	.003	.005	.005	.011	
4	.033	6.7E-4	.001	.010	.011	
5	-.003	5.3E-6	1.1E-5	.013	.013	
6	-.038	9.1E-4	.002	.012	.014	
7	-.068	.003	.006	.009	.015	

r1c2=0



Die potentielle Energie hat im Nulldurchgang ihr Minimum und ihr Maximum nach einer halben Periode, d.h. bei maximaler Elongation



<p>Die kinetische Energie (wobei hier nur die Horizontalkomponente der Geschwindigkeit berücksichtigt ist, was für kleine Auslenkungen zulässig ist), zeigt einen Verlauf, der um eine Viertelperiode gegenüber der potentiellen Energie verschoben ist: Sie ist maximal beim Durchgang durch die Ruhelage und minimal jeweils eine Viertelperiode vorher und nachher, also in den Umkehrpunkten.</p>	
<p>Die Gesamtenergie ist bei unserer Simulation nicht ganz erhalten; sie weist doch deutliche Schwankungen auf. Die Schwankungsbreite beträgt immerhin etwa 27% vom Maximalwert. Durch Verkleinerung des Zeitschritts lassen sich diese Abweichungen noch teilweise reduzieren – durch Berücksichtigung der vertikalen Geschwindigkeitskomponente zu einem großen Teil; unberücksichtigt bleibt weiterhin die “Ausdehnung des Massenpunktes”.</p>	

Erweiterungsmöglichkeiten:

- Errechne gleichzeitig zur numerischen Lösung auch die exakte Lösung $x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega t)$, d.h. versuche durch Variation von x_0 und ω möglichst gute Übereinstimmung zu erreichen.
- Da Bewegungsabläufe – wie wir sie eben modelliert und simuliert haben - in der Natur äußerst selten vorkommen, soll das Programm so erweitert werden, dass **Reibungskräfte** (Luftwiderstand und “Lagerreibung”) berücksichtigt werden können. Diese sollen als Kraft der rücktreibenden Kraft entgegenwirken und realistischerweise proportional zur Geschwindigkeit sein.
- Nach Einbau der Reibungskraft sollen mit verschiedenen **Reibungskonstanten** Parameterstudien durchgeführt werden und eine Aussage darüber getroffen werden, ob und wie die **Schwingungsdauer** beeinflusst wird.
- Weiters sollen Gesetzmäßigkeiten zwischen den einzelnen Amplituden für eine konstante Reibungszahl gefunden werden und herausgefunden werden, nach welcher Funktion der **Abfall der Amplituden** erfolgt.
- Das Programm soll dahingehend erweitert werden, dass es möglich ist, dem schwingenden System eine Schwingung “aufzuzwingen”. Das Pendel soll mit einer bestimmten Frequenz **angestoßen** werden, d.h. es soll ihm in einer bestimmten Frequenz Energie zugeführt werden. Es muss dabei die Bewegungsgleichung dahingehend modifiziert werden, indem eine äußere Kraft hinzugefügt wird (z.B: $F_a = r_0 \cos(\omega t)$). Durch Variation der Frequenz und der Stärke der erzwingenden

Schwingung kann der Resonanzfall ermittelt werden und herausgefunden werden, wann als Resultat eine gleichbleibende, d.h. eine "ungestörte" Schwingung herauskommt.

- Wir wollen wissen, wie sich so ein Pendel verhält, wenn der Auslenkungswinkel beliebig groß wird, wie dies etwa bei einer *Schaukel* eintreffen kann.

Eine Schaukel kann sich auch überschlagen, wenn die Geschwindigkeit groß genug ist, um sie über den oberen Totpunkt hinauszuschleudern. Eine derartige Schaukel muss an starren Stangen befestigt werden, sonst würde die an den Fäden oder Seilen hängende Masse bei Winkeln, die größer als 90° sind und die Geschwindigkeit nicht ausreicht, die Kreisbahn verlassen, also in unserem Fall abstürzen. Als Systemgrößen sollen der Auslenkungswinkel φ und die Winkelgeschwindigkeit ω gewählt werden. Beide Größen ändern sich ständig; die rücktreibende Kraft hängt vom Winkel φ ab und ändert die Winkelgeschwindigkeit ω . Die Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ beeinflusst wiederum ω , ω bestimmt die Flussgröße $\Delta\varphi$ und $\Delta\varphi$ verändert wieder φ - es entsteht ein Zyklus. Die rücktreibende Kraft wächst bei Vergrößerung des Winkels φ und verkleinert auf dem Umweg über die Winkelgeschwindigkeit ω wieder den Winkel φ . Durch diese negative Rückkopplung wird das Verhalten des Systems stabilisiert.
Wann aber wird das System instabil?

3.2.4 Arbeitsblatt – Arbeitsaufgaben zum Faden- und zum Federpendel

<p><i>Zur Bearbeitung der folgenden Fragestellungen stehen dir zur Verfügung:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ die Programme PENDEL1() und PENDEL2() am TI92 ✓ verschiedene Feder- und Fadenpendel, Stoppuhr, Metermaß, Balken- und Federwaage ✓ das CBR mit dem Programm RANGER ✓ dein TI92 ✓ dein Physikbuch und dein Physikheft (dort sollst du auch deine Ergebnisse festhalten!) 								
<p>1. Adaptiere die Programme PENDEL1() und PENDEL2() derart, dass du damit das Schwingungsverhalten eines Federpendels modellieren bzw. simulieren kannst: <i>Eingaben:</i> Anfangsauslenkung, Federkonstante, Reibungskonstante, Zeitschritt, Masse</p>								
<p>2. Bestimme die Federkonstante der vorhandenen Federn durch eine Messreihe und Auswertung der Daten mit dem DATA-MATRIX-Editor und der linearen Regressionsfunktion deines TI92. Belaste dazu die Federn der Reihe nach mit verschiedenen Massestücken und lies die Dehnung der Feder ab; trage die Wertepaare in eine Tabelle ein und ermittle mit Hilfe des TI92 die entsprechenden Ausgleichsgeraden. Überlege dir, wie du aus der Geradengleichung auf die Federkonstante schließen kannst.</p>								
Feder 1 - Federkonstante $k_1 = \dots\dots\dots$ N/m								
Belastung (in g)	0	10	30	50	70	80	90	100
Länge (in cm)								
Feder 2 - Federkonstante $k_2 = \dots\dots\dots$ N/m								
Belastung (in g)	0	40	50	70	90	100	150	200
Länge (in cm)								
Feder 3 - Federkonstante $k_3 = \dots\dots\dots$ N/m								
Belastung (in g)	0	10	20	30	40	50	60	70
Länge (in cm)								

3. Bestimme die Massen der vorhandenen Pendelkörper
 $m_1 = \dots\dots\dots \text{kg}$, $m_2 = \dots\dots\dots \text{kg}$ und $m_3 = \dots\dots\dots \text{kg}$
 und analysiere mit den experimentell ermittelten Federkonstanten und den drei vorhandenen Pendelkörpern mit deinen adaptierten Simulationsprogrammen das Schwingungsverhalten aller drei Federn, indem du die Schwingungsdauer grafisch ermittelst.

Kombination	k_1/m_1	k_1/m_2	k_1/m_3	k_2/m_1	k_2/m_2	k_2/m_3	k_3/m_1	k_3/m_2	k_3/m_3
Schwingungsdauer T(s)									

4. Errechne gleichzeitig zu den numerischen Lösungen die exakte Lösung $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ und versuche durch Variation von x_0 und ω möglichst gute Übereinstimmung zu erreichen. Trage zu den einzelnen Feder/Masse-Kombinationen in der folgenden Tabelle die Werte für ω , ω^2 und Federkonstante durch Masse ein und überprüfe den bereits bekannten Zusammenhang dieser Größen

Kombination	k_1/m_1	k_1/m_2	k_1/m_3	k_2/m_1	k_2/m_2	k_2/m_3	k_3/m_1	k_3/m_2	k_3/m_3
ω									
ω^2									
k/m									

5. Führe die entsprechenden realen Experimente zu den in den Aufgaben 3 und 4 simulierten Federschwingern aus und versuche vorerst mit der Stoppuhr die jeweilige Schwingungsdauer zu bestimmen. Untersuche auch, ob sich die Schwingungsdauer ändert, wenn du die Anfangsauslenkung variiert!

6. Stelle fest, ob und wie sich die Maximalgeschwindigkeit des Federpendels mit der Anfangsauslenkung x_0 ändert! Führe dazu entsprechende Simulationsrechnungen durch und definiere Zeit- Geschwindigkeits- Plots, aus denen du dann grafisch die relevanten Daten ermitteln kannst!

Kombination	k_1/m_1	k_1/m_2	k_1/m_3	k_2/m_1	k_2/m_2	k_2/m_3	k_3/m_1	k_3/m_2	k_3/m_3
ω									
x_0 (in m)									
$\omega \cdot x_0$									
v (in m/s)									

7. Baue in dein Simulationsprogramm die Reibungskraft ein und versuche durch Variation der Reibungskonstante das Schwingungsverhalten des Federpendels so nachzubilden, wie du es im Realexperiment erlebst. Versuche auch eine Gesetzmäßigkeit zwischen den einzelnen Amplituden zu finden, indem du das Verhältnis zwischen zwei aufeinanderfolgenden Amplituden x_0, x_1, x_2, \dots bildest.

Kombination	k_1/m_1	k_1/m_2	k_1/m_3	k_2/m_1	k_2/m_2	k_2/m_3	k_3/m_1	k_3/m_2	k_3/m_3
x_0/x_1									
x_1/x_2									

Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender maximaler Auslenkungen ist immer; die Amplituden bilden eine Folge und der Abfall der Amplituden geht nach einer $x_n(t) = x_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.
 Errechne parallel zum Programm diese (einhüllende) Funktion und versuche durch Variieren der Konstante λ eine möglichst gute Übereinstimmung zu erhalten. Kannst du eine Relation zwischen λ und den Systemparametern Masse, Federkonstante und Reibungskonstante erkennen?

Masse m	Federkonstante k	Reibungskonstante c	λ
m = kg	k = N/m	c = kg/s	
2m = kg	k = N/m	c = kg/s	
m = kg	2k = N/m	c = kg/s	
m = kg	k = N/m	2c = kg/s	
2m = kg	k = N/m	2c = kg/s	

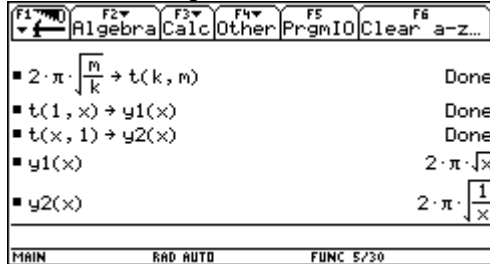
Der Parameter λ hängt nur von und ab, mittels $\lambda = \frac{\dots\dots\dots}{2 \cdot \dots\dots\dots}$

8. Überprüfe nun deine bisherigen Berechnungen und Modellierungen durch Messung und Auswertung mit dem **CBR!**

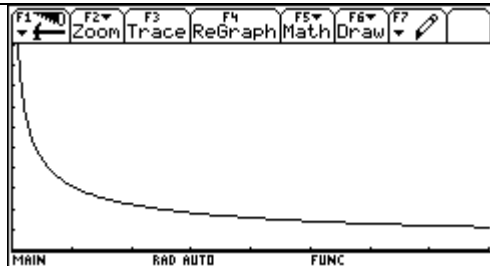
9. Welche **funktionalen Abhängigkeiten** bestehen für die Schwingungsdauer eines Federpendels und wie lauten sie? Wovon hängt die Schwingungsdauer eines Federpendels nicht ab? Hängt die Schwingungsdauer von der Reibungskonstante ab?

Die Schwingungsdauer eines Federpendels hängt von der und der ab. Mit größerer Reibungskonstante λ wird die Schwingungsdauer T Die Schwingungsdauer ist nicht abhängig von der

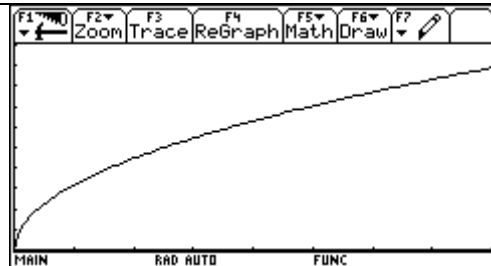
➤ Welche Funktion gehört zu welchem Grafen?



Im HOME-SCREEN siehst du die Formel für die Schwingungsdauer eines Federpendels und daraus wurden die beiden Funktionen $y_1(x)$, wobei x für die Masse des Pendelkörpers steht und $y_2(x)$ mit x als Federkonstante definiert. Diese Funktionen sind in den beiden nächsten Schaubildern grafisch dargestellt.



Hier wird die Schwingungsdauer in Abhängigkeit von der veranschaulicht; Schwingungsdauer und aus der sind zueinander proportional.



Hier wird die Schwingungsdauer in Abhängigkeit von der veranschaulicht; Schwingungsdauer und aus der sind zueinander proportional.

10. Vervollständige die folgende Tabelle und überprüfe noch einmal die ermittelten funktionalen Zusammenhänge!

m (in kg)	1	0,5	0,25	2	1	0,5	0,25	2	1
k(in N/m)	1	1	1	1	4	4	4	4	9
T(in s)									

11. Mit einem Fadenpendel kann man verhältnismäßig leicht die örtliche Fallbeschleunigung ermitteln. Das Pendel schwingt umso rascher, je die Fallbeschleunigung ist.

12. Welche Schwingungsdauer hat ein Fadenpendel mit der Pendellänge 1 m an den Polen der Erde, am Erdäquator und in Mitteleuropa?

am Erdäquator	$g = 9,83 \text{ m/s}^2$	$T = \dots\dots\dots \text{ s}$
an den Polen	$g = 9,78 \text{ m/s}^2$	$T = \dots\dots\dots \text{ s}$
in Mitteleuropa	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	$T = \dots\dots\dots \text{ s}$

13. Wie schnell würde dieses Pendel an den Oberflächen der anderen Planeten unseres Sonnensystems bzw. auf der Sonne selbst schwingen? Berechne die Schwingungsdauer, indem du aus deinem Physikbuch die notwendigen Daten zur Berechnung der jeweiligen Fallbeschleunigung entnimmst, und vielleicht im DATA-MATRIX-Editor arbeitest! Für die Fallbeschleunigung auf der Oberfläche eines Planeten

gilt $g = \gamma \cdot \frac{M}{r^2}$ mit $\gamma = 6,67\text{E-}11$ als Gravitationskonstante, M als Masse des Planeten in kg und r als Planetenradius in m.

Planet	Masse	Radius	Fallbeschleunigung	Schwingungsdauer
Merkur				
Venus				
Erde				
Mars				
Jupiter				
Saturn				
Uranus				
Neptun				
Pluto				
Sonne				

3.3. Fallversuche mit einem Golfball

Das CBR wird in einer Höhe von etwa 1,5 m über dem Boden befestigt; aus etwa 0,8 m Höhe lässt man einen Golfball auf eine am Boden liegende Betonplatte fallen; zur besseren Führung des Balls dient ein Kanalrohr. Die Messung des Abstandes dieses fallenden und dann am Boden reflektierten Balles mit dem Ultraschall – Abstandssensor kann nun auf verschiedene Weise ausgewertet werden.

1. Als Grenzwert der Intervallgeschwindigkeiten lässt sich die **Momentangeschwindigkeit** herleiten und z.B. die Frage untersuchen, welche größte Geschwindigkeit der Ball erreicht.

Es besteht aber auch die Möglichkeit, sich das Zeit-Geschwindigkeitsdiagramm oder das Zeit-Beschleunigungsdiagramm anzeigen zu lassen.

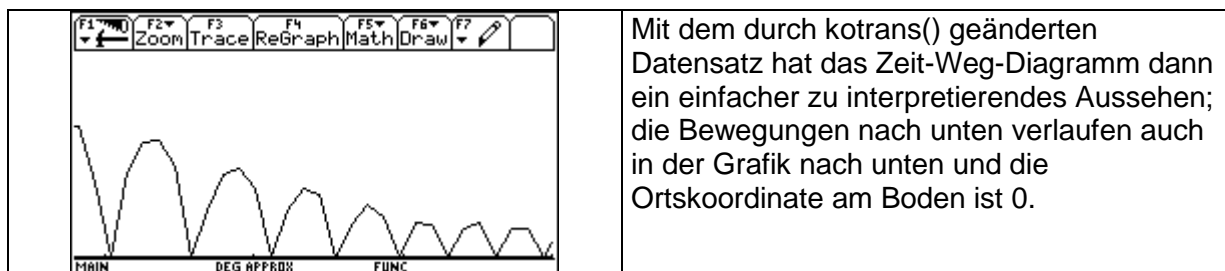
Im ursprünglichen Zeit- Weg- Diagramm, das sofort nach Durchführung der Messung am Display des TI92 angezeigt wird, ist auf der x-Achse die Zeit und auf der y-Achse der Abstand des Balles zum CBR angezeigt. Während der Betrachtung des Diagramms kann mit dem Cursor jeder Punkt der Kurve angesteuert werden und die Koordinaten am unteren Rand des Bildes abgelesen werden. So lässt sich der Weg des Balles – die Abwärtsbewegung, die Reflexion am Boden und die folgende Aufwärtsbewegung - mit der Klasse detailliert besprechen. Allerdings müsste vorher diskutiert werden, warum das Weg-Zeit-Diagramm den größten Wert anzeigt, wenn der Ball die Betonplatte berührt. Sicherlich leichter zu interpretieren wäre das Weg-Zeit-Diagramm eines Fallversuches, bei dem die Ortskoordinate nach unten und nicht nach oben gerichtet ist. Die zugehörige Koordinatentransformation ist mit wenigen Befehlen zu realisieren.

Mit Hilfe eines Programmes **kotrans()** kann diese Koordinatentransformation durchgeführt werden; die Abstände vom CBR befinden sich in Liste I2; den Abstand des Objekts vom Boden erhalten wir daher mit $\max(I2) - I2$. Weil sich bei dieser Transformation auch die Vorzeichen der Geschwindigkeit (in Liste I3) und der Beschleunigung (in Liste I4) umkehren, müssen wir die Elemente dieser beiden Listen mit (-1) multiplizieren.

```

F1 Control F2 I/O Var F3 Find... F4 Mode
: kotrans()
: Prgm
: max(I2)-I2→I2
: -I3→I3
: -I4→I4
: EndPrgm
MAIN DEG APPROX FUNC

```



2. Durch welche **Funktion** lässt sich der **Weg** des Balles beschreiben?

Man erkennt, dass der Ball am Anfang eine Fallbewegung ausführt und dann am Boden reflektiert wird. Danach beginnt die Aufwärtsbewegung, die durch die Schwerkraft abgebremst wird. Es ist nun möglich, die beiden durch die Schwerkraft bestimmten Bewegungen vor und nach der Reflexion durch quadratische Funktionen zu beschreiben. Da das Programm des TI92 zur Bestimmung von Ausgleichsfunktionen durch vorgegebene Messpunkte immer nur auf den gesamten vorliegenden Datensatz angewendet werden kann, müssen wir mit Hilfe der Option PLOT TOOLS und anschließend SELECT DOMAIN einen passenden Diagrammausschnitt wählen. Ob Sie die Fallgesetze aus dem Weg-Zeit-Diagramm oder aus dem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm herleiten wollen, ist Ihre pädagogische Entscheidung. Es kann nun geklärt werden, wie gut die berechnete Fallbeschleunigung mit der Erdbeschleunigung überstimmt.

Weiterführende Fragestellungen:

- Führe Fallexperimente mit verschiedenen Bällen (Gymnastikball, Tischtennisball, ...) durch versuche die verschiedenen Fallbeschleunigungen zu erklären. Ist es die Reibung oder spielt auch der Auftrieb eine Rolle?
- Lasse einen Luftballon fallen und weise experimentell nach, dass der Luftballon nach einer bestimmten Fallstrecke mit konstanter Geschwindigkeit sinkt.
- Vergleiche dann das Ergebnis mit der theoretischen Lösung, die du mit Hilfe einer Simulationsrechnung durchführst.
- Lasse die verschiedenen Bälle eine Rampe mit verschiedener Neigung hinunterrollen und untersuche jeweils, wie groß die Beschleunigung des Balles ist.

3. Welche Prozesse spielen sich bei der **Reflexion** des Balles am Boden ab?

- Betrachte die Energiebilanz der gesamten Bewegung!
- Untersuche, wie sich die Gesamtenergie während des freien Falles verhält und interpretiere das Ergebnis in Hinblick auf die Luftreibung!
- Was passiert in der Reflexionsphase?
- Kannst du eine Funktion angeben, die die Abnahme der Energie beschreibt?
- Wie nimmt die Fallhöhe (Steighöhe) im Verlauf des Versuches ab?

3.4. Experiment „GRAF TREFFEN“

Ziel: Die Schüler sollen versuchen, beim Umhergehen und Auftragen ihrer Bewegung Übereinstimmung mit einem Grafen herzustellen. Mit Hilfe eines View-Screens können die anderen Schüler zuschauen – und das Experiment wird amüsanter und alle haben etwas davon.

3.4.1 Durchführung:

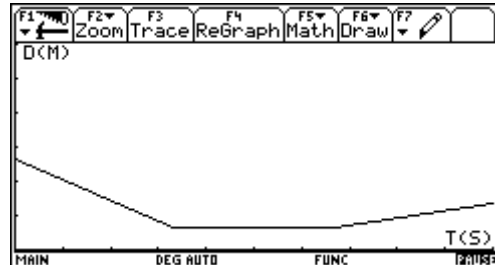
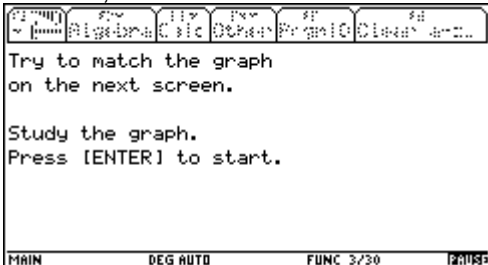
Starte das RANGER-Programm.

Wähle aus dem Menü MAIN MENU den Eintrag APPLICATIONS und dann METERS

Wähle aus dem Menü APPLICATIONS den Eintrag **DISTANCE MATCH**

Drücke ENTER, um den zur Übereinstimmung zu bringenden Grafen anzuzeigen.

Nimm dir Zeit, den Grafen zu studieren.



Stelle dich an die Stelle, von der du annimmst, dass der Graf dort beginnt.

Drücke ENTER, um mit der Messsequenz zu beginnen. (Während der Messsequenz hörst du ein klickendes Geräusch und siehst das grüne Licht leuchten)

Gehe vor und zurück, und versuche, den Grafen zur Übereinstimmung zu bringen- deine Position wird auf dem Bildschirm aufgezeichnet.

Untersuche nach Ende der Messsequenz, wie gut du den Graf getroffen hast.

Drücke ENTER, um das Menü OPTIONS aufzurufen, und wähle dann den Eintrag SAME MATCH.

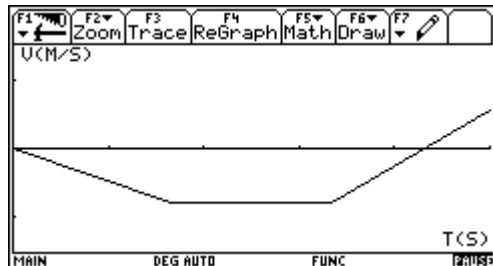
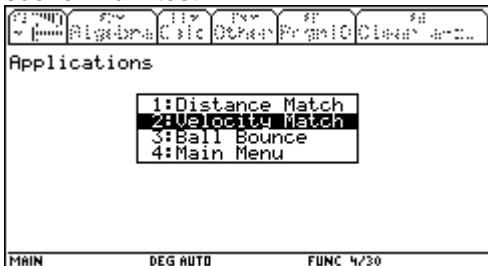
Versuche nun, deine Gehtechnik zu verbessern.

Drücke ENTER, um das Menü OPTIONS aufzurufen, und wähle den Eintrag NEW MATCH

Weitergehende Untersuchungen:

Die von DISTANCE MATCH erzeugten Grafen bestehen aus drei geradlinigen Segmenten. Versuche nun VELOCITY MATCH. Hier musst du Übereinstimmung mit einem Geschwindigkeit – Zeit – Diagramm herstellen, was wesentlich schwieriger ist.

Hinweis: Auf der Web-Site <http://www.ti.com./calc> kannst du dich informieren, ob bereits zusätzliche Versionen dieses populären Programms MATCH verfügbar sind, mit denen du kompliziertere Grafen untersuchen könntest.



3.4.2 Arbeitsblatt

Datenerhebung:

1. Welche physikalische Größe wird auf der x. Achse aufgetragen? _____
Welche Einheit wird verwendet? _____ Wie ist der Abstand der Skalenmarkierungen? _____
Welche physikalische Größe wird auf der y-Achse aufgetragen? _____
Welche Einheit wird verwendet? _____ Wie ist der Abstand der Skalenmarkierungen? _____
2. Wie weit vom CBR solltest du deiner Meinung nach zu Beginn stehen? _____
3. Standest du zu Beginn zu nah, zu weit oder genau richtig? _____
4. Solltest du bei einem steigenden Segment vor oder zurück gehen? _____
Warum? _____
5. Solltest du bei einem fallenden Segment vor oder zurück gehen? _____
Warum? _____
6. Wie solltest du dich bei einem konstanten Segment verhalten? _____
Warum? _____
7. Wie lang sollte ein Schritt sein, wenn du jede Sekunde einen Schritt machst? _____
8. Wie viele Schritte musst du machen, wenn du stattdessen Schritte von einem Meter (oder 25 cm) machst? _____
9. Bei welchem Segment musst du dich am schnellsten bewegen? _____
Warum? _____
10. Bei welchem Segment musst du dich am schnellsten bewegen? _____
Warum? _____
11. Welche weiteren Faktoren (neben der Entscheidung für eine Bewegung vorwärts oder rückwärts) fließen bei einer exakten Übereinstimmung mit dem Grafen ein? _____

12. Welche physikalische Größe repräsentiert die Steigung (bzw. der Abfall) eines Liniensegments? _____
13. Wie viele Meter musst du in wieviel Sekunden für das erste Linienelement gehen? _____
14. Wandle den Wert aus Frage 13 (die Geschwindigkeit) in Meter/Sekunde um! _____
Wandle den Wert in Meter/Minute um: _____
Wandle den Wert in Meter/Stunde um: _____
Wandle den Wert in Kilometer/Stunde um: _____
15. Welchen Weg hast du tatsächlich zurückgelegt? _____

4. Wie ändert sich der Unterricht mit dem CBR und CBL?

- Schüler entwickeln eine stärkere Beziehung zu den Daten, die sie selbst messen und nicht einem Lehrbuch entnehmen; dies führt auch dazu, dass *alle* Schüler an der Datenerhebung beteiligt sein wollen – das stellt Anforderungen an Ihr methodisches Geschick, wenn Sie im Normalfall nur jeweils einen Experimentiersatz zum CBR und CBL zur Verfügung haben. Da Messdaten von einem TI zum anderen übertragen werden können, ist es zumindest möglich, Messdaten parallel auszuwerten bzw. kann der Lehrer mit Hilfe des VIEW-Screens die Daten gemeinsam mit der Klasse auswerten.
- Auf Grund der höheren Anzahl von Messwerten - im Vergleich zu Messungen mit Metermaß, Thermometer, Stoppuhr,...- und der daraus resultierenden höheren Auflösung und Genauigkeit ergeben sich die Formen der entsprechenden Kurven wesentlich eher, schneller und ohne große Mühe. Die Schüler brauchen weniger Zeit für die Datenerfassung und Darstellung und haben mehr Zeit für die Analyse, Untersuchung und Interpretation.
- Die Schüler können die Wiederholbarkeit von Beobachtungen und Variationen in WAS – WÄRE – WENN – SZENARIOS untersuchen. Damit ergeben sich wertvolle Ergänzungen ganz von selbst und durch aktives Mittun der Schüler.
- Die Schüler können die Beziehungen der Daten numerisch und grafisch erforschen und mit mathematischen Funktionen assoziieren und die Daten mit einer repräsentativen Funktion modellieren und herausfinden, welche physikalische Bedeutung die verschiedenen Koeffizienten haben.
- Zur gleichen Zeit können Daten von verschiedenen Sensoren gesammelt werden; es können so komplexe Messungen durchgeführt werden und die Abhängigkeit der verschiedenen Größen zueinander dargestellt werden.
- Da sowohl CBL als auch CBR batteriebetrieben sind, können sie unabhängig von einem Netzanschluss betrieben werden; es werden jetzt auch Messungen außerhalb des Physiksaals möglich.
- Durch die geringe Größe und das geringe Gewicht der Messgeräte und Sensoren sind sie leicht zu transportieren und überall einsetzbar.
- Durch die Programmierbefehle des TI's in Verbindung mit den Befehlen für das CBL und das CBR ist es möglich, eigene Messprogramme zu erstellen und die Messdaten vielseitig auszuwerten.