

## 6. Das österreichische Computeralgebraprojekt

Wie schon in der Einleitung angedeutet, sind die wesentlichsten didaktischen Konzepte und Unterrichtsbeispiele Ergebnisse eines Forschungsprojektes, das wir im Auftrag des Bundesministeriums für Unterricht von 1993 bis 1995 durchgeführt haben. Im folgenden Kapitel soll über die Organisation und die Arbeitsweise des Projektes und über methodische Erfahrungen berichtet werden.

### 6.1. Die Situation in Österreich

Die Zeit bis 1985 war durch große Eigeninitiative der Lehrer gekennzeichnet. Dementsprechend waren auch die Geräteausstattungen und die verwendeten Programmiersprachen äußerst unterschiedlich. Neben der 'unverbindlichen Übung EDV' wurde ab 1977 auch der Freigegegenstand Informatik angeboten, wobei ein Freigegegenstand ein benotetes Fach bedeutet, in dem man auch das Abitur machen kann.

Im Schuljahr 1985/86 wurden die Schulen erstmals mit 6 bis 7 PC's ausgestattet, die in einem EDV-Raum installiert waren. Es wurde das zweistündige Pflichtfach Informatik in der 9. Schulstufe eingeführt. Der Bildungsauftrag der 'informationstechnischen Grundbildung' sollte in vier sogenannten 'Trägerfächern' ab der 7. Schulstufe erfüllt werden. Als Trägerfächer wurden Deutsch, Englisch, Mathematik und Geometrisches Zeichnen ausgewählt. Im Rahmen der großen Reform der Oberstufe der Gymnasien wurde im Schuljahr 1989/90 auch das System der Wahlpflichtfächer eingeführt. Eines der von den Schülern am meisten gewählten Fächer ist das Fach Informatik, das von der 10. bis zur 12. Schulstufe je zweistündig besucht werden muß und in dem der Schüler auch maturieren kann (Matura ist gleichbedeutend mit Abitur). Inzwischen wurde auch ein zweiter EDV-Raum eingerichtet und zwar mit 14 meist vernetzten PC's. Momentan wird an der Neuprüfung des ersten EDV-Raumes gearbeitet. Für diesen Raum sind zwischen 7 und 14 PC's oder Notebooks vorgesehen.

Das bedeutet, daß der Mathematiklehrer, der den Computer nutzen will, einen EDV-Raum mit 14 PC's zur Verfügung hat. Eine regelmäßige Nutzung ist jedoch wegen der starken Auslastung der EDV-Räume schwierig.

Erste Schülerexperimente mit Computeralgebra-Systemen (von nun an CAS genannt) machte ab 1984 Klaus Aspetsberger in Zusammenarbeit mit dem RISC-Institut der Universität Linz unter der Leitung von Professor Buchberger. Im Schuljahr 1987/88 leitete Helmut Heugl einen Unterrichtsversuch mit einem algebratauglichen Taschenrechner (HP-28C) am Gymnasium in Stockerau. Dabei hatten erstmals alle Schüler einen algebratauglichen Rechner in jeder Arbeitssituation zur Verfügung, nämlich in der Schule, zu Hause und in der Prüfungssituation.

Zu Beginn der Neunzigerjahre war Österreich wohl das erste Land der Welt, das ein Computeralgebra-System - nämlich DERIVE - in Generallizenz für alle Gymnasien anschaffte. Nun galt es aber, den Lehrern so rasch wie möglich nicht nur Disketten und Handbücher, sondern vor allem didaktische Hilfen anzubieten. Mit diesem Auftrag wurde vom Bundesministerium für Unterricht 1993 ein Forschungsprojekt gestartet. Die Planung und Ausführung wurde der Arbeitsgruppe ACDCA (Austrian Center for Didactics of Computeralgebra) übergeben.

Der momentane Schwerpunkt liegt bei der Berücksichtigung der Ergebnisse dieses Projekts in der Lehrerfortbildung. In Niederösterreich etwa gibt es Kurse bestehen aus vier halbtägigen Veranstaltungen, die meist am Schulort für die Mathematiklehrer dieser Schule angeboten werden. Am ersten Tag erhalten Anfänger eine Einschulung in die Handhabung von DERIVE. Danach wird das im Rahmen des Projekts entstandene Skriptum zur Lehrerfortbildung [Aspetsberger u. a., 1994] gemeinsam mit Tutoren bearbeitet. Jeweils nach einer Selbststudiumphase von zwei bis drei Wochen wird wieder ein halber Tag zur Aufarbeitung entstandener Probleme und für didaktische Diskussionen angeboten.

### 6.2. Das Forschungsprojekt: Symbolic-computation-unterstützter Unterricht

Die Idee zu diesem Projekt entstand bei einer Diskussion mit Bruno Buchberger, dem Vorstand des RISC-Instituts der Universität Linz (Research Institute for Symbolic Computation). Seither ist Professor Buchberger unser wichtigster wissenschaftlichen Berater, und zwar nicht nur in Fragen betreffend Computeralgebra, sondern auch im Bereich der Didaktik. Eine wesentliche Voraussetzung und Bedingung für das Zustandekommen des Projekts ist die Zusammenarbeit mit David R. Stoutemyer, dem Entwickler des Softwarepaketes Derive. Im Rahmen dieser Kooperation hatten wir auch die Möglichkeit, mittels unserer

Untersuchungsergebnisse einen Beitrag zur Weiterentwicklung der Software zu leisten, und zwar in Richtung einer besseren Anpassung an didaktische Erfordernisse des Unterrichts.

Die *Ziele des Projekts* spiegeln sich im Konzept dieses Buches wieder: Es galt zu erforschen, in welcher Weise CAS zur Veränderung und wenn möglich zur Verbesserung des Mathematikunterrichts in den Schulen beitragen können, und zwar sowohl in methodisch-didaktischer Hinsicht, als auch im Bereich der Lernziele und Lerninhalte, und nicht zuletzt im affektiven Bereich. Auch die Hardwareausstattung sollte hinterfragt werden. Ein weiteres Ziel, an dem noch immer laufend gearbeitet wird, ist die Entwicklung von Unterrichtsmaterialien.

Zuerst mußten Lehrer und Schüler gefunden werden, die bereit waren, beim Projekt mitzuarbeiten. Für drei Bundesländer wurden Projektlehrer bestellt, und zwar K. Fuchs für Salzburg, K. Aspetsberger für Oberösterreich und W. Klinger für Niederösterreich. Ihre Aufgabe war, die Versuchsklassen zu betreuen, selbst eine Versuchsklasse zu führen, sowie Unterrichts- und Evaluationsmaterialien zu entwickeln.

### **6.2.1. Die Durchführung der Experimente**

Die Hardwareausstattung bedingt natürlich die Art des Einsatzes. Dementsprechend kann man drei Typen von Versuchsklassen unterscheiden:

Typ I:

Die Schüler konnten Derive in jeder Arbeitssituation nutzen und zwar im Unterricht, zu Hause und während der Prüfung. Dies ist auch deshalb von Bedeutung, da die Prüfungssituation - mag man darüber auch nicht glücklich sein - die Unterrichtskonzeption und die Motivation doch sehr stark beeinflusst. Nur in solchen Versuchsklassen können die Möglichkeiten eines CAS wirklich voll genutzt werden, und zwar sowohl als Rechenhilfsmittel als auch als didaktisches Werkzeug. Einen nicht unwesentlichen Einfluß hatte auch die Hardwareausstattung. Bevorzugt ausgewählt wurden Versuchsklassen, in denen die Mehrheit der Schüler schon zu Hause einen Computer hatte. Für einen Teil der Schüler wurden auch vom Ministerium Mittel zum Ankauf von Geräten zur Verfügung gestellt.

Es gab folgende Ausstattungsvarianten:

- Alle Schüler hatten zu Hause einen PC, in der Schule wurde im EDV-Raum gearbeitet. Das bedeutet, daß im Unterricht oft 2 Schüler an einem Gerät arbeiteten. Aus dieser Not wurde eine didaktische Tugend, da die Partnerarbeit auch viele Vorteile bietet. Es gibt wohl selten einen Mathematikunterricht, wo Schüler so intensiv über Mathematik diskutieren, wie bei Partnerarbeit vor dem Computer.

Bei den Schularbeiten gab es zwei Methoden: Entweder wurde die Prüfungsarbeit in zwei Gruppen hintereinander abgehalten, oder es stand jedem Schüler der Computer nur für die Hälfte der Prüfungszeit zur Verfügung. Diese Methode zeigt, daß es kaum Prüfungsarbeiten gab, bei denen mehr als die Hälfte der Aufgaben mit dem CAS zu lösen war. Die übliche Arbeitsform war eine Kombination Bildschirm - Papier.

Die Hausaufgaben wurden teilweise auf Disketten geschrieben.

- Die Schüler besaßen Notebooks oder Palmtops (HP-95), die sie in die Schule mitnahmen. Im Unterricht wurde entweder mit diesen Geräten in der Klasse gearbeitet oder, wenn die Visualisierung auf einem Farbschirm didaktisch wichtig war, im EDV-Raum. Die Vorteile des Notebooks wegen der Verfügbarkeit im Unterricht wurden allerdings durch die Nachteile beim Transport mehr als aufgewogen. Es gab auch einige Schulen mit Notebookausstattung. Der Vorteil war die Unabhängigkeit vom EDV-Raum, die Lehrer klagten allerdings über das Virus-Problem.

**Typ II:**

Im Unterricht wurde das CAS so oft wie möglich und unter Berücksichtigung der inhaltlichen und didaktischen Erfordernisse im EDV-Raum genutzt. Bei diesen Versuchsgruppen spielte Derive als Rechenhilfsmittel nur eine geringe Rolle. Wenn das CAS nicht zum Üben zur Verfügung steht und bei der Prüfung nicht eingesetzt werden kann, wird man auf Handkalkülfertigkeiten nicht verzichten können. Im Vordergrund bei der Nutzung des CAS stand der Einsatz als didaktisches Werkzeug.

### Typ III:

Vergleichsgruppen, die gleiche oder ähnliche Inhalte wie die obigen Gruppen »klassisch«, das heißt ohne Verwendung von CAS bearbeiteten. Sie waren vor allem wichtig für vergleichenden Tests betreffend die Erreichung der Lernziele oder die Veränderungen bei den Handkalkülfertigkeiten.

Man könnte sagen: Mit den Versuchsklassen des Typs I wurde der Mathematikunterricht der Zukunft untersucht, mit den Typ II-Klassen der Unterricht der Gegenwart. Natürlich konnten in dieser kurzen Zeit nicht alle Inhalte von der 7. bis zur 12. Schulstufe hinterfragt werden. Daher wurden bei regelmäßigen Besprechungen sogenannte »Beobachtungsfenster« entwickelt, bestimmte Teilkapitel, für die dann Unterrichtsmaterialien und auch Prüfungsaufgaben entworfen wurden. Die Versuchslehrer der entsprechenden Schulstufe mußten dann diese Kapitel etwa zur selben Zeit durchnehmen.

Insgesamt waren an der ersten Projektphase 39 Versuchsklassen mit etwa 700 Schülern beteiligt.

Verteilung auf die Typen:

Typ I: 18 Klassen

Typ II: 16 Klassen

Typ III: 5 Klassen

Verteilung auf die Schulstufen:

7. Schulstufe: 5 Klassen

8. Schulstufe: 4 Klassen

9. Schulstufe: 6 Klassen

10. Schulstufe: 10 Klassen

11. Schulstufe: 5 Klassen

12. Schulstufe: 9 Klassen

Ein Auswahlkriterium war, wie schon erwähnt, die Hardwareausstattung. Ein zumindest genauso wichtiges Kriterium war, engagierte Lehrer zu finden, die ohne besondere Abgeltung bereit waren, die umfangreiche Versuchsarbeit auf sich zunehmen. Dies ist für die Projektion der Untersuchungsergebnisse auf »Normallehrer« in »Normalklassen« von Bedeutung. Wir sind realistisch genug, um aus sehr positiven Ergebnissen des Projekts nicht automatisch abzuleiten, wir hätten mit der Computeralgebra-Lernumgebung das »gelobte Mathematikland« gefunden, wie es etwa S.Papert von seiner LOGO-Lernumgebung erhofft hat [Papert, 1982, S.66]. Wir sehen unsere Aufgabe im Entwickeln didaktischer Konzepte und Unterrichtsmaterialien auf der Basis der Ergebnisse aus den Versuchsklassen. Ob daraus eine gute, befruchtende Lernumgebung wird, hängt vom einzelnen Lehrer, seinen Schülern und nicht zuletzt von den verwendeten Hilfsmitteln ab.

Dieses Projekt war eher ein evolutionäres als ein revolutionäres. Damit ist gemeint, daß Ausgangspunkt bei der Planung der momentan in Österreich gültige Lehrplan war und daß am Anfang fast ausschließlich die traditionellen Schulbücher zur Verfügung standen, in denen diese Art des Computereinsatzes kaum berücksichtigt wird. Die neuen Materialien wurden ja erst von den Versuchslehrern parallel zu Untersuchung entwickelt. Der große Arbeitsaufwand für die Entwicklung solcher Unterrichtsmaterialien zeigt, daß eine breite Akzeptanz seitens der Lehrer für ein computerunterstütztes Unterrichtskonzept nur dann zu erwarten ist, wenn solche Materialien zur Verfügung gestellt werden. Damit sind nicht nur Aufgabensequenzen gemeint. Eines unserer Untersuchungsergebnisse lautet: Die Tätigkeiten der Lehrenden und Lernenden werden sich zumindest genauso stark verändern wie die Inhalte. Es müssen also auch didaktische Konzepte, Lernstrategien und Arbeitsanleitungen, bis hin zu Modellen für Arbeitsblätter und Arbeitsfiles angeboten werden.

### 6.3. Die Evaluation durch das Zentrum für Schulentwicklung

Das Zentrum für Schulentwicklung in Graz hat im Auftrag des Bundesministeriums für Unterricht die »Außenevaluation« des österreichischen Computeralgebraprojekts übernommen. Es gibt zwei Berichte: Der erste beinhaltet die Ergebnisse der Schülerbefragung [Grogger,1995], im zweiten wird die Lehrerbefragung analysiert und es wird eine vergleichende Darstellung mit Ergebnissen der Schülerbefragung versucht [Svecnik, 1995].

### 6.3.1. Ergebnisse der Schülerbefragung

Die Befragung wurde an 549 Schülerinnen und Schülern aus 33 Versuchsklassen in 17 Schulen durchgeführt. 17 Klassen mit 264 Schülern waren vom Versuchstyp I, das heißt, diese Schüler konnten das CAS (DERIVE) in jeder Arbeitssituation nutzen, also auch zu Hause und bei Prüfungen.

Ausmaß der Veränderung der Freude am Mathematikunterricht seit dem Einsatz von Derive:

Ab der 8. Schulstufe nimmt die Freude am Mathematikunterricht zu, am deutlichsten in der 9. und 12. Schulstufe. Die geringfügige Abnahme in der 7. Schulstufe ist statistisch nicht signifikant und könnte aus der noch zu kurzen Beschäftigung mit dem CAS erklärt werden.

Von Interesse sind zwei weitere Befunde:

- Eine deutlich stärkere Zunahme der Freude am Mathematikunterricht bei den männlichen Schülern gegenüber den Schülerinnen.
- Eine bedeutsamere Zunahme der Freude am Mathematikunterricht bei jenen Schülern, die auch zu Hause jederzeit mit dem CAS arbeiten können gegenüber denen, die diese Möglichkeit nicht nutzen oder nicht haben.

#### *Das quantitative Ausmaß des Einsatzes von Derive im Mathematikunterricht*

84% aller befragten Schülerinnen und Schüler wünschen den Einsatz von DERIVE. 81% der Schüler des Versuchstyps I sind mit dem derzeitigen Ausmaß des Einsatzes von DERIVE zufrieden. Der Wunsch, das CAS nicht nur im Unterricht, sondern darüber hinaus zu Hause und bei Schularbeiten einzusetzen, tritt bei Schülern höherer Klassen häufiger auf als bei denen niedriger Klassen. Dies ist wahrscheinlich mit dem Ansteigen der Komplexität der mathematischen Aufgabenstellungen zu erklären. In höheren Klassen kommt es zu einer Polarisierung: Einem hohen Anteil von Schülern der 12. Schulstufe (71%), die das CAS umfassend einsetzen wollen, steht ein Anteil von 20% gegenüber, die mit dem CAS überhaupt nicht arbeiten wollen.

#### *Abhängigkeit von der Schulstufe*

Die Schüler der Sekundarstufe I (in Österreich Unterstufe genannt) stimmen stärker als die Oberstufenschüler (Sekundarstufe II) zu, daß der Einsatz von Derive

- den Mathematikunterricht verständlicher und interessanter macht,
- die Beschäftigung mit mathematischen Problemen fördert,
- das Interesse weckt, wie Derive arbeitet.

Die Schüler der Sekundarstufe II zeigen eine weniger »euphorische« Einstellung gegenüber dem Einsatz des CAS, andererseits hat die Freude am Mathematikunterricht zugenommen. Es ist zu vermuten, daß Oberstufenschüler das CAS nüchterner als Hilfsmittel zur Bewältigung mathematischer Probleme ansehen und vor allem auch als Rechenhilfsmittel, während das CAS in der Sekundarstufe I eher als didaktisches Werkzeug eingesetzt wird.

#### *Abhängigkeit von der Leistungsfähigkeit der Schüler*

Gute Noten wirken sich fördernd auf die Einstellung zum Einsatz von CAS im Mathematikunterricht aus. Schlechtere Schüler fühlen sich durch das CAS zusätzlich belastet und zeigen ein deutlich geringeres Interesse an der Funktionsweise von Derive. Gute Schüler geben häufiger an, daß sie auch bei Hausübungen und bei Prüfungsarbeiten mit dem CAS arbeiten wollen.

#### *Die geschlechtsspezifische Auswirkung des CAS*

Die männlichen Schüler zeigen gegenüber ihren Mitschülerinnen

- ein deutlicheres Ansteigen der Freude an Mathematik,
- häufiger den Wunsch, das CAS auch zu Hause und bei Prüfungen einzusetzen,
- daß sie sich durch Derive stärker gefördert fühlen und daß Mathematik durch das CAS verständlicher und interessanter wird,
- daß sie den Umgang mit Derive weniger belastend wahrnehmen.

Dies ergibt einen deutlich unterschiedlichen Zugang der beiden Geschlechter zum Einsatz von CAS im Mathematikunterricht.

### *Hilfe und Nutzen durch den Einsatz von DERIVE*

In diesem Teil der Befragung wurden die Fragen offen gestellt, die Schüler konnten also in freier Form ihre Meinung niederschreiben. Es wurden aus den Schüleräußerungen Kategorien gebildet (Kategorien mit einer Schülerzahl kleiner 50 blieben außer Betracht).

40% der Schüler betonten den Nutzen im Einsatz von Derive hinsichtlich Arbeitserleichterung und Zeitersparnis (46% vom Typ I und 33% vom Typ II). Des Weiteren wurden angeführt (nach Häufigkeit geordnet):

- die Möglichkeit der grafischen Darstellung,
- das Ausrechnen und Umformen von Termen,
- die Infinitesimalrechnung,
- die Hilfe beim Erkennen und Vermeiden von Fehlern.

### **6.3.2. Ergebnisse der Lehrerbefragung und Vergleich zu den Schülermeinungen**

Es wurden 27 Lehrer befragt, davon waren 8 Frauen. 14 unterrichteten in Klassen des Typs I, 13 in Klassen des Typs II. Die Einschätzung des computerunterstützten Mathematikunterrichts durch die Befragten läßt sich folgendermaßen zusammenfassen:

#### *Zur Nutzung von DERIVE als Rechenwerkzeug*

Den Schülern wird aufwendigere Rechenarbeit abgenommen, und es wird nun auch möglich, aufwendigere Rechenoperationen durchzuführen. Es wird nicht erwartet, daß weniger interessierte oder weniger begabte Schüler mehr profitieren. Es wird verneint, daß die Schüler nun nicht mehr über die mathematischen Hintergründe nachdenken müssen.

#### *Neue Schwerpunkte im Mathematikunterricht*

Man erwartet eine verstärkte Behandlung anwendungsorientierter Aufgaben. Bei der Inhaltsanalyse der Untersuchung von Robert Nocker [Nocker, 1994] ist davon in der Praxis noch nichts zu bemerken. Dazu müßten erst die nötigen Unterrichtsmaterialien entwickelt werden.

Der Zeitaufwand für aufwendiges mechanisches Rechnen wird deutlich abnehmen, daraus ergibt sich die Chance, das erworbene Wissen zu vertiefen, also auch mehr mathematisches Grundwissen zu vermitteln.

#### *Didaktisch-methodische Möglichkeiten*

Als Leitlinien werden die in der Projektbeschreibung formulierten didaktischen Prinzipien, wie etwa das White Box/Black Box-Prinzip (siehe Kapitel 4.1), angesehen. Als Chancen werden die Möglichkeiten der grafischen Darstellung im Sinne der Window-Shuttle-Technik (siehe Kapitel 4.4) angeführt. Darüber hinaus wird die Hilfe des CAS zu einem motivierenden Einstieg in ein neues Kapitel genannt, sowie die Möglichkeit, in kurzer Zeit viele Beispiele bearbeiten zu können und dadurch formale Gesetzmäßigkeiten besser zu erkennen. Erwähnt werden auch die Möglichkeiten in der Phase des Übens.

Nicht wahrgenommen wird bisher die Möglichkeit, in Form einer inneren Differenzierung die Aufgaben vom Schwierigkeitsgrad her der Leistungsfähigkeit einzelner Schüler anzupassen. Die Lehrer begrüßen einen mehr individualisierten Unterricht, tragen aber vorläufig noch zuwenig in Form methodischer Konzeption und Art der Aufgabenstellung bei. Lehrer registrieren den in der Schülerbefragung signifikant sichtbar gewordenen geschlechtsspezifischen Unterschied zwischen Schülerinnen und Schülern nicht so deutlich.

Die befragten Lehrer sind der Meinung, daß der Unterricht durch den Einsatz von Derive motivierender und interessanter gestaltet werden kann.

### **6.3.3. Vergleichende Darstellung von Ergebnissen der Lehrer- und Schülerbefragung**

Der Vorteil von Derive gegenüber herkömmlichen Methoden (dazu zählt auch der numerische Taschenrechner) wird von beiden Gruppen anerkannt, von Lehrern allerdings in wesentlich höherem Ausmaß als von Schülern. Die Lehrer halten deutlich mehr Übung für notwendig, um die Handhabung des CAS nicht zu vergessen. Bei den Schülern gibt es einen relativ hohen Anteil, die meinen, man vergißt die Handhabung kaum mehr.

Bei der Bedeutung des CAS als Rechenhilfe besteht in der Meinung zwischen Schülern und Lehrern kein signifikanter Unterschied.

Die Meinung der Lehrer, mit Hilfe des CAS könnte das Wissen stärker vertieft werden, teilen die Schüler nicht im selben Maß. Sie würden sich umgekehrt öfter Erklärungen der Lehrer wünschen, was wiederum von den Lehrern nicht als vordringlich angesehen wird.

Im didaktisch-methodischen Bereich nehmen die Schüler die von den Lehrern diagnostizierten Verbesserungen nicht so deutlich wahr. Auch die Ansicht, das CAS würde das strukturierte und exakte Denken fördern, wird von den Lehrern optimistischer eingeschätzt.

Diese Unterschiede in der Einschätzung sind einerseits insofern zu relativieren, als die Schüler ja keine Vergleiche zu einer Behandlung desselben Themas ohne Computereinsatz anstellen können und so manchen Lern- oder Verständniszuwachs nicht explizit wahrnehmen. Außerdem ist es nicht überraschend, daß eine Verschiebung zu mehr selbsttätigen, schülerzentrierten Arbeitsformen nicht von allen Schülern positiv gesehen wird. Ein aktiver Lehrer, der alles erklärt und die wichtigsten Tätigkeiten vorführt, wird nicht ungerne gesehen. Trotzdem sind diese Unterschiede in der Einschätzung des Ertrags sehr ernst zu nehmen und sollten bei weiterführenden Untersuchungen beachtet werden. Daher ist so eine »Außenevaluation« unbedingt notwendig, weil ja die beteiligten Lehrer, die sich aus Interesse und freiwillig zur Verfügung gestellt haben, Gefahr laufen, die Ergebnisse subjektiv zu positiv zu beurteilen. Die auch aus der Schülerbefragung signifikant positive Grundeinschätzung rechtfertigt aber, das Projekt positiv zu beurteilen und aufbauend auf diesen ersten Ergebnissen und den aufgetretenen offenen Fragen die Untersuchung weiterzuführen.

#### 6.4. Ausblick

Wir, das heißt unsere Arbeitsgruppe ACDCa, haben schon mit der Planung neuer Untersuchungen begonnen. Auf der Basis unserer Erfahrungen aus dem ersten Projekt könnten wir uns folgende Forschungsgebiete vorstellen:

- Die Möglichkeiten, die sich aus der *Verfügbarkeit einer neuen Generation algebratauglicher Taschenrechner*, wie etwa dem TI-92, ergeben. Unser Resümee aus dem ersten Projekt bezüglich der Hardwareausstattung lautet: Ideal wäre ein handlicher Algebrarechner in der Schultasche der Schüler, der mit dem CAS im EDV-Raum verknüpfbar ist. Dies scheint nun verwirklicht zu sein. Seit Mai 1995 gibt es bereits eine Versuchsklasse in Österreich, in der jeder Schüler einen TI-92 besitzt.
- *Der Einfluß von CAS auf das Curriculum*: In Österreich wird momentan an einer vollkommenen Neuorientierung des Lehrplanes gearbeitet. Kennzeichen sind: Stärkere Betonung von Schlüsselqualifikationen wie Problemlösefähigkeit, Kooperationsfähigkeit usw. Förderung des vernetzten Denkens durch Forcieren des fächerübergreifenden Unterrichts. Das Lehrerteam soll eine zentralere Rolle erhalten. Mehr pädagogische Autonomie für die einzelne Schule auch bei der Lehrplangestaltung, den Stundentafeln und den schulspezifischen Schwerpunktsetzungen. Der neue Lehrplan soll dafür nur den Rahmen abstecken. Aus dieser Rücknahme der Gleichschaltung ergeben sich aber auch Chancen, schulstandortspezifisch Schwerpunkte im Bereich Computernutzung zu setzen.
- *Die Lernmedien der Schüler*: Momentan ist das zentrale Lernmedium der Schüler das Heft. Das Buch wird eher nur als Beispielreservoir verwendet. Wir erwarten uns für die Zukunft eine neue Art von Lernmedium, das aus einer Verbindung von beschriebenem und bedrucktem Papier sowie Computersoftware besteht. Ausgehend von einem Kern, der dem Schüler zur Verfügung gestellt wird, sollte dieses Lernmedium durch eigenständige Arbeit des Schülers wachsen und dank der Möglichkeiten moderner Softwaresysteme jederzeit veränderbar sein und dadurch den individuellen Lerngewohnheiten und Problemen des einzelnen Schülers angepaßt werden können.

Im Vorwort haben wir die Idee, dieses Buch zu schreiben, als Abenteuer bezeichnet. Wie diese Pläne zeigen, haben wir auch für die Zukunft eine Menge Abenteuer vor. Der Mathematikunterricht der Zukunft wird durch die Weiterentwicklung des Computers sicher nicht überflüssig, sondern eher viel interessanter und sinnvoller. Die ehrbare Zunft der Rechenmeister ist im Mittelalter deshalb ausgestorben, weil die Menschen gelernt haben selbst zu rechnen. Die Zunft der Mathematiklehrer wird nicht aussterben, wenn sie sich nicht ausschließlich als Zunft von Rechenmeistern sieht und sich der Herausforderung des Computerzeitalters stellt und die Möglichkeiten zur Verbesserung des Mathematikunterrichtes nutzt.

# Verzeichnis der Beispiele

## *Kapitel 2: Was kann ein Computeralgebra-System*

### *2.1 Numerisches Hilfsmittel*

Beispiel 2.1: Heron-Verfahren

Beispiel 2.2: Wechselstromwiderstände

### *2.2 Symbolisches Hilfsmittel*

Beispiel 2.3: Polynomfunktion - Umkehrung der Kurvendiskussion

Beispiel 2.4: Zusammenhang: Differenzieren - Integrieren

Beispiel 2.5: Berechnung bestimmter Integrale

Beispiel 2.6: Wann ist die Pizza fertig? (Differentialgleichung)

Beispiel 2.7: Die Restschuld

Beispiel 2.8: Das Geburtsproblem

### *2.3 Algorithmisches Hilfsmittel*

Beispiel 2.9: Das Plancksche Strahlungsgesetz

Beispiel 2.10: Algorithmus zur näherungsweisen Berechnung von Nullstellen

### *2.4 Methodisches Hilfsmittel*

Beispiel 2.11: Freies Wachstum - Variation der Basis

Beispiel 2.12: Freies Wachstum - Variation des Anfangswerts

Beispiel 2.13: Untersuchung exponentieller Annäherung an einen Gleichgewichtswert

Beispiel 2.14: Die innere Struktur des logistischen Wachstums

Beispiel 2.17: Ein gefährdetes Gleichgewicht?

Beispiel 2.18: Differenzierbarkeit und Linearisierung

### *2.5 Sprachliches Hilfsmittel*

Beispiel 2.19: Prozentrechnung.

Beispiel 2.20: Prozentrechnen 'leicht gemacht'

Beispiel 2.21: Ein Objekt als Baustein der Sprache Mathematik

## *Kapitel 3: Der Weg in die Mathematik*

### *3.2 Phase 1: Heuristische, experimentelle Phase*

Beispiel 3.1: Extremwertaufgaben ohne Differentialrechnung

Beispiel 3.2: Ableitung der Sinusfunktion

Beispiel 3.3: Erforschen der Sinusfunktion

Beispiel 3.4: Überlagerung von Schwingungen mit gleicher Schwingungsrichtung

Beispiel 3.5: Optimieren einer Lagerhalle

Beispiel 3.6: Experimentieren in der Prüfungssituation

Beispiel 3.7: Der "Geist"

### *3.3 Phase 2: Exaktifizierende Phase*

Beispiel 3.8: Exaktifizierung des Integralbegriffs, Riemannsummen

Beispiel 3.9: Beweisen mittels vollständiger Induktion

### *3.4 Phase 3: Anwendungsphase*

Beispiel 3.10: Ausbreitung von Luftschadstoffen

### *3.5 Problemlösen mit Hilfe von CAS*

Beispiel 3.11: Roboterkinematik

Beispiel 3.12: Sterile Insektentechnik

Beispiel 3.13: Verzinsung

Beispiel 3.14: Plancksches Strahlungsgesetz

## *Kapitel 4: Didaktische Prinzipien*

### *4.1 Das White Box/Black Box-Prinzip*

Beispiel 4.1: Strukturerkennungsübungen

Beispiel 4.2: Umformen in ein Produkt

Beispiel 4.3: Anwenden von Formeln

Beispiel 4.4: Vergleichen von Umformungsstrategien

Beispiel 4.5: Visualisierung von Äquivalenzumformungen

Beispiel 4.6: Lösungsverfahren für Gleichungssysteme

Beispiel 4.7: Eine klassische Aufgabe in traditionellen Schulbüchern

### *4.2 Das Black Box/White Box-Prinzip*

Beispiel 4.8: Die Kettenregel beim Differenzieren

### *4.3 Das Modulprinzip*

Beispiel 4.9: Häufig wiederkehrende Abläufe als Module

Beispiel 4.10: Die "Formel" als Modul

Beispiel 4.11: Die Anpassung des Systems an die Wünsche der Schüler

Beispiel 4.12: Zusammenfassung eines Kapitels - interaktive Formelsammlung

Beispiel 4.13: Erzeugung eines Stabdiagramms

Beispiel 4.14: Modul zur Erzeugung von Webdiagrammen

Beispiel 4.15: Runge-Kutta-Verfahren



Beispiel 4.16: Ein idealer und ein realer Vorgang

#### *4.4 Die Window-Shuttle-Technik*

Beispiel 4.17: Linearisieren von Daten

Beispiel 4.18: Asymptotische Polynomfunktionen an rationale Funktionen

### *Kapitel 5: Veränderung in der Unterrichtskonzeption*

#### *5.2 Zur Rolle des Lehrers*

Beispiel 5.1: Wertetabelle 1

Beispiel 5.2: Wertetabelle 2

Beispiel 5.3: Ohne exakte Syntaxkenntnis keine Lösung in Sicht.

Beispiel 5.4: Verschiedene Übersetzungsmöglichkeiten für einen mathematischen Gegenstand.

Beispiel 5.5: Lösen einer einfachen Differentialgleichung

Beispiel 5.6: Funktion und Umkehrfunktion (?)

Beispiel 5.7: Kurvenscharen

Beispiel 5.8: Ableitung von Potenzfunktionen

Beispiel 5.9: Ein Lagetest

Beispiel 5.10: Krümmungstest

Beispiel 5.11: Ein bestimmtes Integral

Beispiel 5.12: Die Exhaustion des Kreises

Beispiel 5.13: Eine Extremwertaufgabe

Beispiel 5.14: Arbeitsblatt 1

Beispiel 5.15: Arbeitsblatt 2

Beispiel 5.16: Nicht erkannte 'Übertragungsfehler'

Beispiel 5.18: Geänderte Voreinstellung

Beispiel 5.18: Geänderte Voreinstellung

Beispiel 5.19: Verzinsungsproblem - geheimnisvoller Formelzauber(?)

Beispiel 5.20: Das Computeralgebra-System verweigert die Dienste

#### *5.3 Die Veränderungen in der Übungsphase*

Beispiel 5.21: Optimierungsaufgabe

Beispiel 5.22: Berechnung von Fehlerschranken

#### *5.4 Auswirkungen auf die Prüfungssituation*

Beispiel 5.23: Prüfungsaufgabe aus einer 7. Schulstufe

Beispiel 5.24: Prüfungsarbeit einer 10. Schulstufe

Beispiel 5.25: Aufgabenstellung einer schriftlichen Reifeprüfung

# Literaturverzeichnis

BÖHM G.: Teaching Mathematics with DERIVE, Chartwell-Bratt Ltd, 1992, ISBN 0-86238-319-6.

BUCHBERGER, B.: Teaching Math by Software. Paper of the RISC-Institut of the Johannes Kepler University Linz, 1992.

ASPETSBERGER, K./FUCHS, K./KLINGER, W.: DERIVE Beispiele und Ideen für den Mathematikunterricht. ACDCA Report Nr. 2. Zentrum für Schulentwicklung Klagenfurt, 1994. ISBN 3-9500283-1-5.

BARZEL, B.: Taylorreihenentwicklung mit DERIVE. In: Mathematik betrifft uns, 6/91, Bermoser + Höller Verlag GmbH, Aachen 1991.

ASPETSBERGER, K./FUCHS, K.: DERIVE im Mathematikunterricht: Zur Organisation von Beobachtungseinheiten; Modultechnik im Mathematikunterricht mit CAS. In: MÜLLER, K.P.: Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 29.Tagung für Didaktik der Mathematik, 6.-10.März 1995, Kassel, für die GDM herausgeg. von K.P.Müller, Franzbecker, Hildesheim, 1995

BRUNER, J.S.: Der Prozeß der Erziehung, Berlin-Verlag und Schwann, Berlin - Düsseldorf, 1970 (englisch bereits 1960 erschienen).

BUCHBERGER, B./LICHTENBERGER, F.: Mathematik für Informatiker I. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1981. ISBN 3-540-10417-8.

BUCHBERGER, B./KUTZLER B.: Computeralgebra für den Ingenieur. In: Rechnerorientierte Verfahren, Mathematische Methoden in der Technik 4, S. 25. Teubner Verlag, Stuttgart, 1986. ISBN-3-519-02617-1.

BUCHBERGER, B.: What is Mathematics? Notes of a Talk for High School Teachers. Research Institut for Symbolic Computation, Hagenberg, Austria, 1994.

BÜRGER, H./FISCHER, R./MALLE, G.: Mathematik Oberstufe 3 - Arbeitsbuch, HPT Verlag, Wien, 1991, ISBN 3-209-01137-0.

CLAUS, H.J.: Einführung in die Didaktik der Mathematik, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1989.

DESCARTES, R.: Discours de la méthode, Französisch-Deutsch, Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1990

DÖRFLER, W.: Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium. In Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Band 21, S. 51. Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991. ISBN 3-209-01452-3.

DORNINGER, D./WIESENBAUER, J.: Mathematische Modelle in der Chemie. Skriptum des Instituts für Algebra an der TU Wien, 1994.

DORNINGER, D.: Optimierungsverfahren im Mathematikunterricht. Skriptum zur Lehrerfortbildung, Institut für Algebra, Technische Universität Wien, 1988.

DORNINGER, D./KARIGL, G.: Mathematik für Wirtschaftsinformatiker, Band II, S. 7. Springer Verlag, Wien-New York, 1988. ISBN 3-211-82107-4.

DORNINGER, D.: Aktuelle Anwendungen der Mathematik im Unterricht. Skriptum zur Lehrerfortbildung, S 25. Institut für Algebra, Technische Universität Wien 1985.

DRIJVERS, P.: The Use of Graphics Calculators and Computer Algebra Systems: Differences and Similarities. In: The International Derive Journal, Number 1, P. 71, 1994. ISBN 0-13-510780-6.

FISCHER, R./MALLE, G.: Mensch und Mathematik. B.I. Wissenschaftsverlag Mannheim/Wien/Zürich 1985. ISBN 3-411-03117-4.

FREUDENTHAL, H.: Mathematik als pädagogische Aufgabe. KLETT Studienbüchr, Band 1, S 24, 1977.

GROGGER, G.: Der Einsatz von DERIVE im Mathematikunterricht an allgemeinbildenden höheren Schulen (Gymnasien) in Österreich. ZSE Report Nr. 6. Zentrum für Schulentwicklung, Graz, 1995.

HEUGL, H.: Neue Wege im Mathematikunterricht unter dem Einfluß des Computers, Dissertation, TU Wien, 1989

HEUGL, H.: Computeralgebrasyeme im Mathematikunterricht der Allgemeinbildenden Höheren Schulen (Gymnasien). In: Reichel, H. C.: Computereinsatz im Mathematikunterricht. B. I. Wissenschaftsverlag, Mannheim-Leipzig-Wien-Zürich, 1995. ISBN 3-411-17281-9.

HEUGL H./Kutzler B.: DERIVE in Education, Chartwell-Bratt Ltd, 1994, ISBN 0-86238-351-X.

KAISER, H/NÖBAUER; W.: Geschichte der Mathematik für den Schulunterricht. Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, 1984. ISBN 3-209-00498-6.

KIRSCH, A.: Über Ziele der "neuen Mathematik" in der Schule. In: Westermanns Pädagogische Beiträge, Heft 3, S 164, 1974.

KÖHLER, R.: Computeralgebrasyeme im mathematischen Begriffsbildungsprozeß, Tagungsband zu den DERIVE DAYS DÜSSELDORF, 19.-21. April 1995, Landesmedienzentrum Rheinland-Pfalz, Hofstr.257c, D-56077 Koblenz, 1995

KUTZLER, B.: Symbolrechner TI-92. Addison-Wesley Publishing Company, Bonn, 1996. ISBN 3-89319-952-7.

LAUB J./HRUBY E.: Mathematisches Arbeitsbuch 3, HPT Verlag, Wien, 1993, ISBN 3-209-01476-9.

LECHNER, J.: Der Integraph, CA-Report #5, ACDCA, Wien, 1996

LEHMANN, E.: Lineare Algebra mit Vektoren und Matrizen. kolleg text, J. B. Metzler, Stuttgart 1990. ISBN 3-476-20450-2.

LEITNER, L. Hrsg.: Lehrplan-Service Mathematik AHS-Oberstufe. Österreichischer Bundesverlag, Wien, 1991. ISBN 3-215-07374-9.

MAUVE, R./ MOOS, J.P.: Mathematik mit DERIVE, Dümmler, Bonn, 1993

MÜLLER, K.P.: Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 29.Tagung für Didaktik der Mathematik, 6.-10.März 1995, Kassel, für die GDM herausgeg. von K.P.Müller, Franzbeker, Hildesheim, 1995

NOCKER, R.: Studie: Veränderungen im Methodeneinsatz. ACDCA Report Nr. 3. Pädagogisches Institut Hollabrunn, Österreich, 1994.

OSSIMITZ, Materialien zur Systemdynamik, Bd.19 der Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, HPT, Wien, 1990

PAPERT, S.: Mindstorms - Kinder, Computer und Neues Lernen. Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Stuttgart, 1982. ISBN 3-7643-1273-4.

POSTEL, H/KIRSCH, A./BLUM, W.: Mathematik lehren und lernen, Festschrift für Heinz Griesel, Schroedel Schulbuchverlag, Hannover, 1991

REICHEL, H.C.: Lehrbuch der Mathematik 7. Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991.

REICHEL, H.-C.: Computereinsatz im Mathematikunterricht, B.I.Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1995

REICHEL, H.-C./HUMENBERGER, H.: Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht. Endbericht eines Forschungsprojektes des Bundesministeriums für Unterricht, Wien 1996.

REICHEL, H.-C./ MÜLLER, R./ HANISCH, G./ LAUB J.: Lehrbuch der Mathematik 7 (11.Schulstufe) , Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991.

SOFT WAREHOUSE, Inc. Honolulu, Hawaii, U.S.A, User Manual DERIVE, Version 3, A Mathematical Assistant for Your Personal Computer, 1994.

SVECNIK, E.: Der Einsatz von DERIVE im Mathematikunterricht an allgemeinbildenden höheren Schulen (Gymnasien) in Österreich. ZSE Report Nr. 12. Zentrum für Schulentwicklung, Graz, 1995.

SZIRUCSEK, E/DINAUER, G./UNFRIED/H.; SCHATZL, H.: Mathematik 7, Lehrbuch Mathematik 11.Schulstufe, HPT, Wien, 1991

TIMISCHL, W.: Biomathematik. Springer Verlag, Wien-New York, 1988. ISBN 3-211-82093-6.

VESTER F.: Unsere Welt - ein vernetztes System, DTV, München, 1993, ISBN 3-423-30078-7.

WEIGAND, H.-G.: Überlegungen zum Verhältnis von Mathematik- und Informatikunterricht. In: MNU 46.Jahrgang, Heft 7, Dümmler, Bonn, 1993

WILLIAMSON, K.: Derive and 16-19 Mathematics. In: BÖHM, J. Hrsg.: Teaching Mathematics with Derive. Chartwell-Bratt, London 1993.

WITTMANN, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Vieweg, Braunschweig 1981. ISBN 3-528-58332-0.

ZEILER D.: Computerunterstützter Mathematikunterricht an Allgemeinbildenden Höheren Schulen in Österreich, Diplomarbeit bei Univ.Prof.Dr. Reichel C., Wien, 1995.

ZIEGENBALG, J.: Programmiersprachen als Träger von Grundideen der Informatik, In: MNU, 37.Jahrgang, Heft 7, Dümmler, Bonn, 1984