

# Lernpfad zur Schnittstelle Sekundarstufe 2 – Universität

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/index.php/Sek2Uni/Pool\\_2](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/index.php/Sek2Uni/Pool_2)

## Einige Lösungstipps

zu den Aufgaben von Franz Embacher

---

### Aufgabenpool 1

---

#### Ein bisschen Relativitätstheorie

a)  $\gamma(v) \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$

b.)  $\gamma(v) \approx \frac{1}{\sqrt{2\left(1-\frac{v}{c}\right)}} = \sqrt{\frac{c}{2(c-v)}}$

Als Definitionsmenge wird sinnvollerweise  $\{v \mid -c < v < c\}$  gewählt. Die relativistische

Gesamtenergie für kleine Geschwindigkeiten ist durch  $E(v) \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2}$  gegeben. Dies ist die Summe aus der Ruheenergie und dem nichtrelativistischen Ausdruck für die kinetische Energie.

---

### Aufgabenpool 2

---

#### Text korrigieren: Radioaktiver Zerfall

Fehler:

- Der Zwischenschritt in der Umformung  $-\lambda t = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\ln(2)} = -\ln(2)$  ist falsch (das Ergebnis richtig).

Die ungeschicktesten Formulierungen sind:

- „Die Funktion ... nähert sich für große“
- „Auf der anderen Seite kommt sie von unendlich großen Werten herunter“
- „in welchem Fall man  $x = t$  setzen muss“
- die Schreibweisen „50% C“ (in einer Formel) und „ $e^{-\lambda t=0}$ “
- „jetzt wird logarithmiert (natürlich)“

## Verhalten von Funktionen

Die allgemeine Diskussion ist Standard-Mathematikstoff. Zu den speziellen Fragen, wie sich die folgenden Eigenschaften übertragen:

- $f$  ist periodisch mit Periode  $p$ .  
→ Für  $a \neq 0$  ist diese Eigenschaft in allen vier Fällen erhalten. Für  $a = 0$  sind  $h$  und  $v$  konstant, die Aussage „mit Periode  $p$ “ gilt dann nicht.
- $f$  ist überall positiv.  
→ Diese Eigenschaft ist für  $g$  und  $h$  immer erfüllt. Für  $u$  kann sie nur dann allgemein behauptet werden, wenn  $a \geq 0$  gilt (ansonsten hängt ihre Gültigkeit vom Verhalten von  $f$  ab). Für  $v$  gilt sie nur, wenn  $a > 0$  ist.
- $f$  ist monoton steigend.  
→ Gilt immer für  $g$  und  $u$ . Gilt für  $h$  und  $v$  nur dann, wenn  $a \geq 0$  ist.
- $f$  hat bei  $x_0$  eine Nullstelle (d.h.  $f(x_0) = 0$ ).  
→ Gilt allgemein nur für  $v$ .  $g$  besitzt  $x_0 - a$  als Nullstelle. Ist  $a \neq 0$ , so hat  $h$  bei  $x_0/a$  eine Nullstelle. Ob  $u$  eine Nullstelle besitzt, hängt Verhalten von  $f$  ab.

## Bewegung (fächerübergreifend mit Physik)

- Kann die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit erhalten werden, wenn der Ort als Funktion der Zeit bekannt ist? Wenn ja, wie?  
→ durch Differenzieren des Ortes nach der Zeit.
- Kann die Beschleunigung als Funktion der Zeit erhalten werden, wenn der Ort als Funktion der Zeit bekannt ist? Wenn ja, wie?  
→ durch zweimaliges Differenzieren des Ortes nach der Zeit.
- Kann die Beschleunigung als Funktion der Zeit erhalten werden, wenn die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit bekannt ist? Wenn ja, wie?  
→ durch Differenzieren der Geschwindigkeit nach der Zeit.
- Kann der Ort als Funktion der Zeit erhalten werden, wenn die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit bekannt ist? Wenn ja, wie?  
→ Nein! Wenn allerdings zusätzlich der Ort zu irgendeinem Zeitpunkt bekannt ist ( $s(t_0) = s_0$ ), kann der Ort als Funktion der Zeit in Form des Integrals

$$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$$

berechnet werden.

- Kann der Ort als Funktion der Zeit erhalten werden, wenn die Beschleunigung als Funktion der Zeit bekannt ist? Wenn ja, wie?  
→ Nein! Wenn allerdings zusätzlich zu irgendeinem Zeitpunkt Ort und Geschwindigkeit bekannt sind ( $s(t_0) = s_0$  und  $v(t_0) = v_0$ ), kann der Ort als Funktion der Zeit durch zweimaliges Integrieren erhalten werden:

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t b(t) dt \quad \text{und daraus} \quad s(t) = s_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt ,$$

wobei  $b$  für die Beschleunigung steht.

- Wie kann der Ort als Funktion der Zeit erhalten werden, wenn bekannt ist, dass die Beschleunigung konstant ( $= g$ ) ist, und dass zur Zeit  $t = 0$  sowohl der Ort als auch die Geschwindigkeit gleich 0 sind? (Kommt euch das Ergebnis bekannt vor?)

→ Fallgesetz:  $s(t) = \frac{g}{2} t^2$ .