Ablesen mehrerer Punkte aus der Grafik und Ermittlung einer geeigneten Funktion zur Beschreibung mittels Regression:
Zu erwarten ist die Wahl einer Polynomfunktion, die die Daten zumindest so gut nähert, dass im steigenden Teil der Funktion ein Wendepunkt liegt.
Auch eine Glockenkurve wäre zur Beschreibung geeignet.
Als Beispiel hier die Kurvenanpassung mit einigen Polynomfunktionen und einigen beliebig gewählten Punkten:

#1: $$\text{punkte} := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0.55 \\ 2 & 0.95 \\ 3 & 1.27 \\ 4 & 1.82 \\ 5 & 1.41 \\ 10 & 3.32 \\ 15 & 5.64 \\ 20 & 6.86 \\ 25 & 5 \\ 30 & 2.5 \\ 35 & 1.05 \\ 40 & 0.23 \\ 45 & 0 \end{bmatrix}$$

#2: $$f(x) := \text{FIT}\left(\left[x,\ a + b\cdot x + c\cdot x^2 + d\cdot x^3 + e\cdot x^4 + g\cdot x^5\right], \text{punkte}\right)$$

#3: $$f(x) := -6.654840961\cdot 10^{-7}\cdot x^5 + 0.0001009811635\cdot x^4 - 0.004959912271\cdot x^3 + 0.0800343362\cdot x^2 - 0.03859643009\cdot x + 0.4657508905$$

#4: $$f(x) := \text{FIT}\left(\left[x,\ a + b\cdot x + c\cdot x^2 + d\cdot x^3 + e\cdot x^4 + g\cdot x^5 + h\cdot x^6\right], \text{punkte}\right)$$

#5: $$f(x) := -0.0000001220284941\cdot x^6 + 0.00001544942662\cdot x^5 - 0.0006902391008\cdot x^4 + 0.01270753846\cdot x^3 - 0.0940285788\cdot x^2 +$$

$0.559138519\cdot x + 0.08125311527$

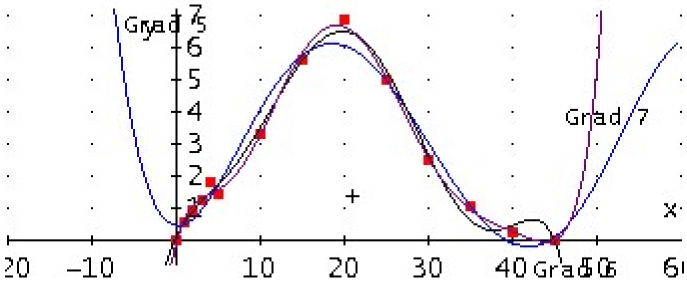
#6: $f(x) := \text{FIT}\left(\left[x,\ a + b\cdot x + c\cdot x^2 + d\cdot x^3 + e\cdot x^4 + g\cdot x^5 + h\cdot x^6 + i\cdot x^7\right],\right.$

$\left.\text{punkte}\right)$

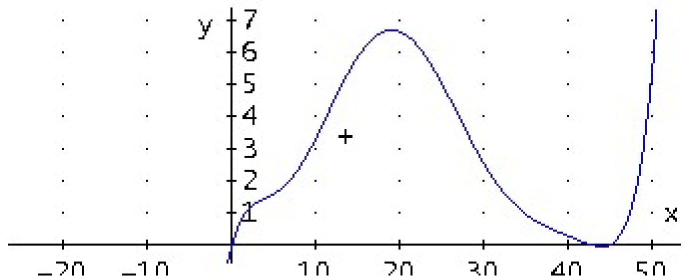
#7: $f(x) := 0.000000006602180411\cdot x^7 - 0.000001136652025\cdot x^6 +$

$0.00007638044041\cdot x^5 - 0.002491178053\cdot x^4 + 0.03970401087\cdot x^3 -$

$0.2822311754\cdot x^2 + 1.024456178\cdot x - 0.11035905$



weitere Behandlung der Fragestellungen mit der Polynomfunktion 7. Grades!



Die Funktion selbst beschreibt die Anzahl der zu einem Bestimmten Zeitpunkt erkrankten Personen. Die 1. Ableitung interpretiert als Änderungsrate gibt daher Auskunft über die Anzahl der Neuerkrankungen (zumindest in den ersten Tage, da hier noch kaum Gesundungen von Patienten zu erwarten sind; genauer beschreibt der Differentialquotient die Änderungsrate von (Neuerkrankungen minus Gesundungen)

Das bestimmte Integral über die gesamte Grippeperiode (etwa 45 Tage) gibt Auskunft über die Anzahl der auf Grund der Grippewelle konsumierten Krankenstandstage. Da ein Krankenstandstag volkswirtschaftlich betrachtet mit einem durschnittlichen Produktivitätsverlust (der Gesamtwirtschaft) bewertet werden kann, lässt sich damit die wirtschaftliche Auswirkung der Grippewelle bestimmen.
Wenn es möglich wäre zu ermitteln, wie viele Fälle von Grippe durch die Impfung verhindert werden könnten und wie sehr die Impfung die Krankenstandstage der einzelnen Erkrankung durchschnittlich reduziert, so könnte man den volkswirtschaftlichen Nutzen aus der Grippeimpfung bewerten. Es würde eine neue "Krankenstandsfunktion nach

Gratisimpfaktion" zu bestimmen sein, deren Integral (über die Grippeperiode) dann in Beziehung zum bereits zuvor errechneten Integral gesetzt werden müsste. Dazu wäre es aber auch notwendig zu hinterfragen, wie viele Personen sich durch die gratis Impfaktion zusätzlich impfen lassen würden (einige lassen sich ja jetzt auch schon impfen) und wie viele in keinem Fall geimpft werden wollen (Zwangsimpfungen sind in den derzeitigen offiziellen Impfempfehlungen nicht vorgesehen!).
Die Gratisimpfung wäre dann sinnvoll, wenn die Kosten geringer wären als die durch die Krankenstandsreduktionen erzielte volkswirtschaftliche Einsparung.

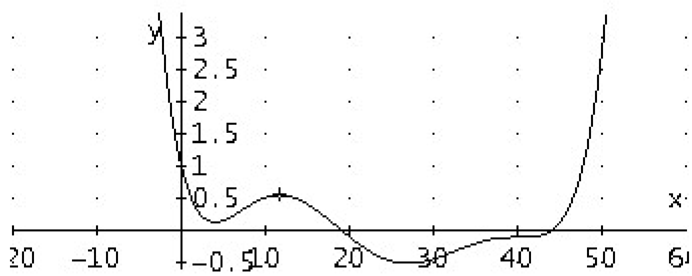
#8: $$\int_0^{45} f(x)\, dx = 132.4428556$$

In dieser Aufgabe ist über die Gesamte Grippeperiode gerechnet mit ca. 130 000 Krankenstandstagen zu rechnen! Der volkswirtschaftliche Schaden hängt jetzt davon ab, wie viel ein Krankenstandstag durchschnittliche "kostet".

Betrachtet man die 1. Ableitung der Funktion als Maß für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Grippewelle, so breitet sich die Krankheit dann am stärksten aus, wenn f′(x) maximal ist:

#9: $$f'(x) = 0.00000004621526287\cdot x^6 - 0.00000681991215\cdot x^5 + 0.000381902202\cdot x^4 - 0.009964712212\cdot x^3 + 0.1191120326\cdot x^2 - 0.5644623508\cdot x + 1.024456178$$

Es ist nicht zu erwarten, dass sich diese Aufgabe exakt lösen lässt. Anhand der grafischen Darstellung von f′(x) lässt sich aber die Maximumstelle von f′(x) eingrenzen. Diese Grenzen können zur Berechnung herangezogen werden.



Die Stelle des (relativen) Maximums von f′(x) erhält man über die kritischen Punkte von f′′(x), wobei die "Suche" nach Nullstellen von f′′(x) schon auf den aus der Grafik ermittelten interessanten Bereich eingegrenzt wird:

#10: $$f''(x) = 0.0000002772915772\cdot x^5 - 0.00003409956075\cdot x^4 +$$

$0.001527608808\cdot x^3 - 0.02989413663\cdot x^2 + 0.2382240652\cdot x - 0.5644623508$

#11: f''(x) = 0

#12: NSOLVE(f''(x) = 0, x, 10, 15)

#13: x = 11.66203927

#14: f'''(11.66203927) = -0.02644286669

Bei diesem Modell erreicht die Grippewelle nach ca. 12 Tagen ihre stärkste Ausbreitung (nicht: ihren Höhepunkt!).

Da die Neuinfektionen wird in der Modellfunktion (grafisch gesehen) durch den Tangentenanstieg beschrieben werden, ist Rückläufigkeit dort erreicht, wo der Anstieg (vereinfacht formuliert) wieder "flacher" wird. Mathematisch gesehen ist das der Wendepunkt von f(x) bzw. anders formuliert nachdem die Ausbreitungsgeschwindigkeit ihren Höhepunkt überschritten hat.
Unter diesem Gesichtspunkt ist die letzte Frage einfach eine andere Betrachtungsweise bzw. eine andere Formulierung der bereits zuvor gestellten Aufgabe. Die Neuinfektionen sind ab dem 12 Tag rückläufig (sofern man die Gesundungen außer Aucht lässt!).

#15: ---~
--