

Didaktischer Kommentar: Einführung in die Differentialrechnung

Ihre Schülerinnen und Schüler können mit diesem Lernpfad die grundlegenden Begriffe und Zusammenhänge der Differentialrechnung entdecken. In zahlreichen Übungen mit verschiedenen Medien werden die Steigung einer linearen Funktion wiederholt, Anwendungsbeispiele zur mittleren Änderungsrate bearbeitet und die Hintergründe beim Übergang von der Sekante zur Tangente untersucht. Den Abschluss bilden Grenzwertberechnungen zum Differentialquotienten. Die Herstellung eines Bezugs zur Lebenswirklichkeit der Schülerinnen und Schüler steht bei den Beispielen im Vordergrund.



| Kurzinformation | |
|----------------------------|--|
| Schulstufe | 11. Schulstufe |
| Dauer | 4 - 6 Stunden |
| Unterrichtsfächer | Mathematik |
| Verwendete Medien | Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (DGS), Tabellenkalkulation |
| Technische Voraussetzungen | Java, Internet |
| Autoren | Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck |

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Java (kostenlos von www.java.com), Internet, eventuell Tabellenkalkulation (z.B. OpenOffice Calc kostenlos von www.openoffice.org oder Microsoft Excel); eventuell: GeoGebra (kostenlos von www.geogebra.at). **Wichtig:** Um alle Übungen dieses Lernpfades verwenden zu können, ist eine Verbindung zum Internet notwendig.
- Vorwissen der SchülerInnen: Funktionen, Steigung einer linearen Funktion. Bei den Übungen zur mittleren Änderungsrate können die Schüler/innen wahlweise eine Tabellenkalkulation verwenden, sofern sie Grundkenntnisse in deren Bedienung haben. Vorkenntnisse zu GeoGebra sind wünschenswert, aber nicht unbedingt erforderlich (siehe Kurzanleitung bei der ersten Übung zur Sekante).

Lerninhalte und Lernziele

| Lerninhalt | Lernziel |
|--------------------------------------|---|
| Momentanrichtung (Quiz als Einstieg) | Alltägliche Beispiele für die Momentanrichtung nennen können. |
| Lineare Funktionen (Wiederholung) | Die Gleichung des Graphen einer linearen Funktion angeben können. Den Graph einer linearen Funktion zeichnen können. Die Steigung einer linearen Funktion durch zwei Punkte berechnen können. |



| | |
|------------------------|---|
| Mittlere Änderungsrate | Die mittlere Änderungsrate aus gegebenen Daten bestimmen können (Temperatur, Geschwindigkeit). |
| Differenzenquotient | Den Differenzenquotient einer Funktion in einem Intervall bestimmen können. |
| Sekante | Den Zusammenhang zwischen Differenzenquotient und Sekantensteigung kennen. Das Problem des Übergangs von der mittleren Änderungsrate zur momentanen Änderungsrate erkennen. |
| Differentialquotient | Den Differentialquotient als Grenzwert des Differenzenquotienten definieren können. Den Differentialquotient für ausgewählte Beispiele bestimmen können. |
| Tangente | Den Begriff der "Tangente an einen Funktionsgraphen" definieren können. Die Tangentensteigung näherungsweise berechnen können. |
| Ableitung | Die Ableitung als Steigungsfunktion beschreiben können. Die Ableitung für ausgewählte Beispiele bestimmen können. Zu einem Funktionsgraphen den Graph der Ableitung angeben können. |

Didaktischer Hintergrund

Dieser Lernpfad versucht die Notwendigkeit der Differentialrechnung zu motivieren, wobei Beispiele und Übungen eine Verbindung zur Lebenswirklichkeit der Schüler/innen herstellen (Rollerskater in der Kurve, Änderung der Temperatur, Sprung über eine Skateboardrampe, usw.). Mit Hilfe der interaktiven Materialien können die Schüler/innen viele wichtige Zusammenhänge selbsttätig entdecken. Um den Lernertrag zu sichern gibt es zahlreiche Übungen, in denen sie das eben Gelernte aktiv anwenden können.

Genderspekte

Im Lernpfad wird eine genderbewusste Sprache in allen Texten und Aufgaben verwendet. Während des Lernpfades werden mathematische Inhalte durch interaktive Übungen erarbeitet, die durch den hohen Experimentieranteil sowohl Mädchen als auch Burschen animieren sollen. Die zahlreichen abstrakten mathematischen Begriffe und Modelle werden durch Bildbeispiele und Interaktivitäten beschrieben und dadurch für Schüler und Schülerinnen verständlich aufbereitet. Um sowohl Mädchen als auch Buben von der Notwendigkeit der Differentialrechnung zu überzeugen werden immer wieder Anwendungsbezüge hergestellt. Es werden im Lernpfad verschiedene Sozialformen und Lernmethoden eingesetzt, wobei wiederum beide Geschlechter gleichermaßen angesprochen werden.



Kompetenzen

Bei den aufgezählten Kompetenzen wird jeweils am Ende in Klammer auf die entsprechenden Abschnitte im Lernpfad verwiesen.

Dokumentieren

- Den Differenzenquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzenquotienten beschreiben können. (*Differenzenquotient*)
- Den Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differentialquotienten beschreiben können. (*Differentialquotient*)
- Den Begriff Ableitungsfunktion kennen und beschreiben können. (*Ableitung*)

Interpretieren

- Den Begriff der mittleren Änderungsrate kennen und in verschiedenen Beispielen anwenden können. (*Mittlere Änderung*)
- Eigenschaften (Monotonie und lokale Extrema) von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können. (*Ableitung: Übung*)
- Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben können. (*Ableitung: Ableitungspuzzle*)

Rechnen, Operieren

- Die Steigung einer Tangente mit Hilfe des Differentialquotienten berechnen können. (*Differentialquotient: Übung 1 und Übung 2*)

ei den hier angeführten Punkten handelt es sich nur um eine Auswahl von einigen wichtigen Kompetenzen im Zusammenhang mit der Differentialrechnung.

Einsatz im Unterricht

Bei den Materialien zu diesem Lernpfad finden Sie zwei konkrete Vorschläge samt Ablaufplan zum Einsatz des Lernpfades im Unterricht (Lernspirale, Arbeitsplan). Selbstverständlich steht es Ihnen frei, diesen Vorschlag Ihren eigenen Bedürfnissen und Vorlieben anzupassen. Beim Einsatz dieses Lernpfades stehen Sie als Lehrperson Ihren Schüler/innen als Moderator mit Hilfestellungen zur Seite und organisieren den Ablauf (z.B. Wechsel der Sozialform, Gruppeneinteilung, ...).

Für den Einsatz des Lernpfades im Unterricht sind verschiedene Szenarien denkbar:

- Einzelarbeit an einem PC
- Partnerarbeit an einem PC
- Stationenbetrieb mit mehreren PCs, bei denen jede Station aus einem Teil des Lernpfades besteht

Es ist nicht notwendig, dass der Lernpfad in aufeinanderfolgenden Stunden bearbeitet wird. In der Regel wird dies von der Verfügbarkeit von Computern abhängen. Inhaltlich steht es Ihnen frei, bestimmte Teile aus dem Lernpfad auszuwählen, die Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verändern oder Ihre Schüler/innen nur bestimmte Übungen bearbeiten zu lassen. In diesem Lernpfad wechseln sich Arbeiten am Computer und im



Heft ab. Daher sollte auf den Tischen neben den Computern genügend Platz zum Schreiben vorhanden sein. Wenn Sie möchten, können Sie Ergebnisdateien, die mit GeoGebra oder der Tabellenkalkulation erzeugt wurden, auch über eine Lernplattform abgeben lassen. Auf diese Art könnten Teile des Lernpfades auch als Hausübung gegeben werden.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz von interaktiven Internetseiten, der Software GeoGebra und einer Tabellenkalkulation Ihren Schüler/innen ein erforschendes Lernen von Mathematik zu ermöglichen. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen vertieft und gefestigt werden. Besonders wichtig für die Ergebnissicherung sind neben der Arbeit am Computer daher auch Diskussionen in Kleingruppen und mit der ganzen Klasse.

Lernmedien der Schüler/innen

Die Schüler/innen arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Sie sollen auch Definitionen und Ergebnisse von Übungen im Heft festhalten - auf diese Art kann ein Lerntagebuch zur Differentialrechnung entstehen.

Leistungsbeurteilung

Die Ergebnisse der Schüler/innen sollten als Basis für Diskussionen und Zusammenfassungen in Gruppen oder der ganzen Klasse verwendet werden, wobei die Mitarbeit der einzelnen Schüler/innen bewertet werden kann. Weitere Möglichkeiten zur Leistungsbeurteilung sind das Absammeln der Hefte, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in einer Lernplattform oder auch eine schriftliche Überprüfung der Mitarbeit am Ende des Lernpfades.

Die Leistungsbeurteilung hängt natürlich sehr stark davon ab, wie Sie den Lernpfad im Unterricht einsetzen. So wird sich die Beurteilung prinzipiell beim Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als beim Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon größtenteils bekannten Lerninhalts.

