

Zinseszinsrechnung

für GeoGebraCAS

Letzte Änderung: 01/ April 2011

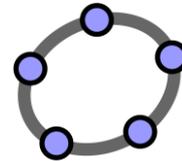
Überblick

1.1 Zusammenfassung

Bei dieser Unterrichtssequenz sollen die Kenntnisse der Schüler/innen zur Prozentrechnung (6. Schulstufe) auf die Situation der Zinseszinsproblematik übertragen werden. Dabei wird ein – meist für die Schüler/innen neues – Denkmodell, die Iteration – als Zyklische Maschine – systematisch eingeführt und angewendet.

Kurzinformation

Schulstufe	Erarbeiten neuer Lerninhalte in der 7. Schulstufe. Vertiefung und Festigung in der 8. bis 10. Schulstufe möglich.
Geschätzte Dauer	Ein (wenn der Prozess einer zyklischen Maschine bekannt ist) bis zwei Unterrichtsstunden in der 7. Schulstufe
Verwendete Materialien	Arbeitsblätter
Technische Voraussetzungen	GeogebraCAS an PC oder Notebook
Schlagwörter Mathematik	Prozentrechnen, Zinsenrechnung, Iteration, Zyklische Maschine
Schlagwörter GeoGebraCAS	Einsetzen/Substituieren, eventuell Definition von Konstanten



Autor/in	Walter Klinger
Download von Zusatzmaterialien	-----

1.2 Vorwissen der Lernenden

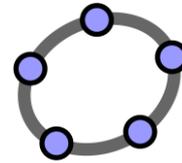
Mathematisches Vorwissen	<ul style="list-style-type: none"> • Prozentrechnung in Sachsituation anwenden können. • Die Begriffe Grundwert, Prozentanteil sowie Prozentsatz und Kapital, Zinssatz und Zinsen erklären können. • Berechnungen bei Vermehrung und Verminderung von Grundwerten. Kapitalien bei angegebenen Prozentsätzen berechnen können. • Potenzrechnen.
Technisches Vorwissen	<ul style="list-style-type: none"> • Elementare Bedienung von GeoGebraCAS.

1.3 Lerninhalte und Lernziele

Lehrinhalt	Lernziel
Zinseszinsen	Jahreszinsen berechnen und die Entwicklung des Kapitals über mehrere Jahre angeben können.
Iteration	Einen sich zyklisch wiederholenden Vorgang beschreiben und oftmals anwenden können.
KES _t	Zinssätze unter Berücksichtigung der KES _t (25 % der Zinsen) verwenden und bei der Zinseszinsrechnung anwenden können.

1.4 Lernzielkontrolle

Anwendung von Zinseszinsrechnung (mit Schwerpunkt der Festigung des iterativen Zugangs) bei weiteren Beispielen. Überprüfung der Ergebnisse durch eine geschlossene Formel.



Vorbereitung der Lehrenden

1.5 Vorbereitung des Unterrichts

Arbeitsblätter kopieren oder zum Download vorbereiten. Jede Schülerin / Jeder Schüler braucht ein eigenes Notebook oder einen Computer im EDV-Raum (Das Arbeiten von zwei Schüler/innen an einem Gerät ist auch möglich).

1.6 Verwendung des GeoGebraCAS

Das CAS dient besonders dem Einsetzen von Zahlenwerten in die vorgegebene Formel und der Auswertung. Dadurch soll der Vorgang einer zyklischen Maschine eingeübt und formalisiert werden.

Verwendete Befehle

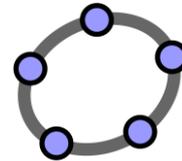
Multipliziere [Ausdruck]	Ausrechnen von Ausdrücken
Faktorisiere [Ausdruck]	Faktorisieren von Ausdrücken
Numerisch [Ausdruck, n]	Numeric(Ausdruck, Anzahl der Stellen) für bestimmte Ausgaben von Dezimalzahlen
Ersetze	Setze für einen Ausdruck/Teilausdruck ein

Didaktischer Hintergrund

Bei der Zinseszinsrechnung sollen die Schüler/innen den sich immer wiederholenden Vorgang, der zur Berechnung des Kapitals (Guthabens auf einem Sparbuch) benötigt wird, erkannt und mehrmals durchgeführt haben. Dieser Iterationsprozess soll eingeführt und /oder gefestigt werden.

Darauf aufbauend kann die Entwicklung einer geschlossenen Formel zur Berechnung von Kapitalien nach einer bestimmten Anzahl von Jahren bei einem gleich bleibenden Zinssatz mit und ohne Berücksichtigung der KEST erfolgen.

Der hier gewählte Zugang zum Verständnis eines iterativen Prozesses soll als Vorbereitung für weitere Anwendungen in den nachfolgenden Schulstufen dienen. (z.B.: näherungsweise Berechnung von Wurzeln – HERON-Verfahren)



sowie Kreditprobleme – Ratenrückzahlungsmodelle, ...)

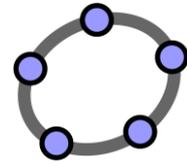
Das CAS bietet hier – besser als die Tabellenkalkulation – die Möglichkeit, den Vorgang des Einsetzens beliebig oft zu wiederholen und alle Teilschritte einzusehen. Diese Situation soll im Lernprozess häufig, langsam und schrittweise durchgeführt werden.

Erst in einer späteren Lernphase in der 3. Klasse sollen diese Ansätze dann mit den Möglichkeiten der Tabellenkalkulation und Graphik verbunden werden. Dazu werden Materialien für den weiteren Unterrichtsverlauf und ein Video für das Handling der Tabellenkalkulation und der Erstellung einer Graphik angeboten.

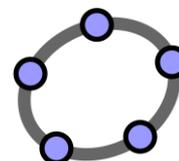
Einsatz im Unterricht

1.7 Verlaufsplan

Phase	Inhalt	Sozial- / Aktionsform	Materialien
Einführung	Wiederholung der Grundbegriffe der Prozentrechnung. Verbindung der bereits bekannten Begriffe mit den Begriffen Anfangskapital, Zinssatz und Zinsen anhand eines Beispiels aus der Erfahrungswelt der jungen Menschen (z. B.: Spargbuch)	Lehrer/innen- / Schüler/innengespräch	



Phase	Inhalt	Sozial- / Aktionsform	Materialien
Erarbeitungsphase	Zuerst wird die Aufgabenstellung schrittweise mit dem CAS durchgeführt. Danach wird dieser Vorgang verbalisiert. Dasselbe Beispiel kann unter dem Blickwinkel der KEST nochmals bearbeitet werden.	Einzelarbeit mit anschließendem Plenum	Arbeitsblätter Video
Zusammenfassung	Verbalisierung des Vorganges. Verallgemeinern der Zyklischen Maschine bzw. Iteration.	Plenumsgespräch	Selbst erstellte Mitschrift
Lernzielkontrolle	Informationsfeststellung unter besonderer Berücksichtigung der verbalen Beschreibung des Vorganges	Einzelarbeit	
Anwendung / Differenzierung / Übung / Vertiefung	Ähnliche Beispiele durchführen		
Hausübung	Beispiele zum Festigen durchführen und verbal beschreiben können.		Hü-Mappe bzw. -Heft



1.8 Unterrichtsablauf

Einführung

In der 2. Klasse (6. Schulstufe) werden die Begriffe Prozentanteil, Grundwert und Prozentsatz eingeführt und Formeln zu deren Berechnung hergeleitet. In der 3. Klasse (7. Schulstufe) werden diese Begriffe vertieft. Dabei werden insbesondere die Formeln zur Vermehrung/Verminderung eines Betrags G um $p\%$ erarbeitet und gefestigt:

und

Danach werden diese Begriffe anhand der Aufgaben vom „Arbeitsblatt 1 – Berechnung von Zinseszinsen“ mit jenen des Bankwesens am Beispiel der Zinseszinsrechnung in Verbindung gebracht.

Zinsenrechnung	Prozentrechnung
(Anfangs-)Kapital K	Grundwert G
Zinssatz p	Prozentsatz p
Zinsen Z	Prozentanteil A

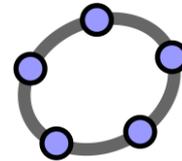
Erarbeitungsphase

Die Aufgabenstellung von Arbeitsblatt 1 wird langsam und schrittweise mit den Schüler/innen bearbeitet. Dabei kann das beiliegende Video zur Veranschaulichung der Vorgangsweise verwendet werden.

Die Grundidee der Iteration ist hier von besonderer Bedeutung!

Bei der Iteration wird ein Verfahren (z.B.: Rechenvorschrift) jeweils auf das vorhergehende (alte) Ergebnis angewandt. Man erhält dadurch immer wieder ein neues Ergebnis, auf das selbst wieder das Verfahren angewendet wird. D.h. das „neue“ Ergebnis wird so zu einem „alten“ Ergebnis. Es entstehen immer wieder neue Ergebnisse (Werte). Ein Startwert (z.B.: Anfangskapital bei diesem Beispiel 1000 Euro) muss vorgegeben oder gewählt werden.

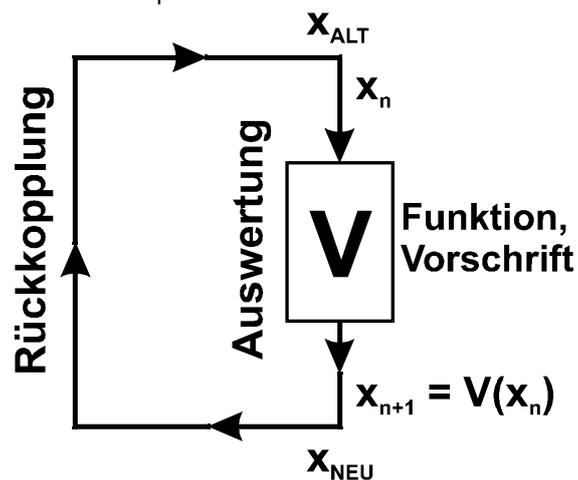
Weiters soll eine geschlossene Formel (siehe Arbeitsblatt 2) hergeleitet werden.



Danach wird der Begriff KEST (25%) eingeführt und die Vorgangsweise nochmals wiederholt (siehe Arbeitsblatt 3). Dabei soll auch eine geschlossene Formel (nur mit unter Berücksichtigung der KEST) angegeben werden)

Zusammenfassung

Nochmalige Beschreibung der zyklischen Maschine. Die Zinseszinsberechnung – jedoch nicht nur diese – entspricht dem Modell einer Iteration:

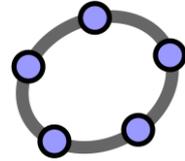


Dabei wird ein Vorgang immer wiederholt bis die gewünschte Anzahl an Durchläufen erfolgt ist.

Anwendung / Differenzierung / Übung / Vertiefung

Weitere Beispiele:

1685 verkauften die Indianer die Insel Manhattan für 24 Dollar an die Weißen. Wie viel Geld wäre das heute, wenn sie das Geld zu 6% Zinsen auf die Bank gelegt hätten?



Hausübung

Beispiele zur Zinseszinsrechnung

Bsp 1: 14.000€ werden zu 3% angelegt. Nach 4 Jahren wird der Zinssatz auf 2,75 % gesenkt. Wie viel kann nach insgesamt 10 Jahren abgehoben werden? Berücksichtige 25% KEST! (17297,31 €)

Bsp 2: Ein unbekanntes Grundkapital wächst bei einer Verzinsung von 3.5 % (25 % KEST) in 3 Jahren auf 51 880 €. Berechne das Grundkapital! (48 000 €)

Bsp 3: 35 000 € werden zu einem Zinssatz von 3 % (25 % Kest) 7 Jahre und 11 Monate lang angelegt. Berechne das Endkapital! (41 742,40 €)

Kapital nach 3 Jahren:
Zinsen im ganzen 4. Jahr:
Zinsen für 11 Monate:
Endkapital:

Bsp 4: Eine Bank gewährt 3 % Zinsen (25 % KEST). Herr Huber legt 8 000 € ein und nach 3 Jahren nochmals 2 000 €. Wie viel kann er nach insgesamt 8 Jahren abheben? (ca. 1794€)

Bsp 5: 20 000 € werden zu 3,25 % (25 % KEST) verzinst. Nach 2 Jahren werden 5 000€ eingelegt, nach weiteren 3 Jahren werden 5 000 € abgehoben. Wie viel kann man nach insgesamt 8 Jahren abheben? (26 801,96 €)

Bsp 6: Eine Bank bietet 4 % Zinsen (25% KEST). Wie viel muss man anlegen, damit das Kapital in 4 Jahren auf 70 107 € wächst? (62 000 €)

Bsp 7: Frau Pokorny legt 25 000 € zu 3,25% (25 % KEST) an. Wie viel kann sie nach 3 Jahren 7 Monaten abheben? (27 348,37 €)

Hinweis: Beispiele aus Schulbüchern

Anhang

Arbeitsblätter

