L'utilisation de la calculatrice TI-89 dans les cours de génie électrique

Par : Emmanuel Bois
Diplômé en génie électrique de l'École de Technologie Supérieure

Les logiciels de calculs symboliques sont d'une grande utilité. Ils se sont développés à un rythme considérable, surtout lorsque l'on considère que les quinze à vingt dernières années ont été marquées par l'amélioration des ordinateurs et des systèmes d'exploitation. En ce sens, ils sont devenus des outils important en recherche et développement, de même que dans l'enseignement. Dans cette optique, des compagnies comme Texas Instrument ont développé toute une série de calculateur symbolique permettant aux chercheurs, et à ceux oeuvrant dans l'enseignement d'approfondir leur recherche et apprentissage. Les étudiants en génie notamment en ont pour leur compte avec ces mini-ordinateurs car ils intègrent toutes les fonctions mathématiques essentielles dans le cadre du parcours universitaires. C'est dans cette approche qu'en 1999, la direction de l'enseignement de l'École de technologie supérieure de Montréal rendait obligatoire – à l'époque -la calculatrice TI-89 ou TI-92 - et maintenant Voyage 2000- dès la première session pour tout nouvel étudiant. Celle-ci devenait alors le compagnon d'étude pour toute la durée des études.

J'ai personnellement fait partie de cette première mouture d'étudiant. Au début de mes études en génie en septembre 1999, j'ai fait l'acquisition d'une calculatrice TI-89. Durant mon cursus, je l'ai utilisé dans le cadre de plusieurs cours, en électronique de base comme en cours de numérique. Étant donné qu'elle intègre un langage de programmation propre (le TI-Basic), j'ai réalisé des programmes pour certains cours.

Dans l'exposé qui va suivre, nous allons voir ensemble comment l'on peut intégrer ce genre de calculatrice dans le cadre des cours en génie électrique. Pour ce faire, je vous présenterai quelques programmes fait dans le cadre de mes études en génie. Nous nous appuierons sur des exemples pour présenter ces programmes.

Trois cours on été ciblé :

ELE-653 – Transport de l'énergie

ELE-430 – Filtre analogique

ELE-275 – Asservissement linéaire

Nous conclurons en discutant des avantages et inconvénients que peut apporter de tel développement de programmes dans l'enseignement.

Ele-653 : Transport de l'énergie

Le cours de Transport de l'Énergie est une cours de spécialisation offert aux étudiants qui se dirigent en électronique de puissance et commande industrielle. Dans le cadre de ce cours, l'on traite des principales composantes d'une centrale de production d'énergie, et des méthodes de calculs d'un écoulement de puissances dans un réseau (load flow).

Il n'y a pas de formules directes ni de loi que l'on peut appliquer. Les calculs font intervenir les modules et les angles des différentes barres du réseau. Il faut donc faire appel aux méthodes itératives numériques. Il en existe principalement deux : la méthode de Gauss-Seidel, et la méthode de Newton-Raphson. La première est plus simple que la seconde mais converge un peu moins vite. C'est elle que nous avons programmé dans pour être en mesure de résoudre un écoulement de puissance dans un réseau.

La méthode de Gauss-Seidel est la suivante :

- la tension au niveau de chaque barre est donnée par :

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} * \left(\left(\frac{S_i^K}{V_i^K} \right)^* - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} Y_{ik} * V_k \right) \text{ Avec i = 1, 2,3,........n}$$

- la puissance au niveau de chaque barres est donnée par :

$$S_1 = V_1 * \sum_{k=1}^{n} Y_{1k}^* * V_k^*$$

$$S_i = V_i * \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^* * V_k^* \text{ Avec i = 2, 3,4....n}$$

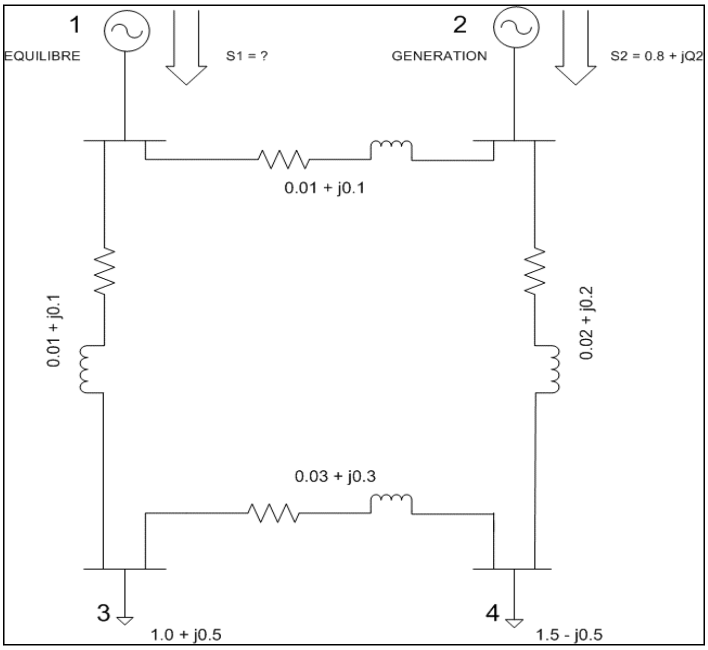
Le terme Y_{ii} provient de la matrice des admittances du réseau $Y_{bus.}$ On a que :

$$Y_{ii} = \sum admit\tan ces\_branchées\_à\_la\_barre\_i$$

$$Y_{ij} = -(admit\tan ce\_branchée\_à\_la\_barre\_ij)$$

La méthode itérative consiste à imposer un module et un angle à la barre d'équilibre du réseau. Par la suite, on détermine par itération successive le module et l'angle des autres barres. Dans le cas qui nous concerne, nous avons une barre d'équilibre, une barre de génération et deux barres de charges.

Examinons comment résoudre ce type de problème dans un réseau à quatre barres.



A titre indicatif, les paramètres du réseau sont les suivants :

$$Z_{12} = 0.01 + j0.1$$

$$Z_{13} = 0.01 + j0.1$$

$$Z_{24} = 0.02 + j0.2$$

$$Z_{34} = 0.03 + j0.3$$

La matrice Y_{bus} est donnée par :

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_{12}}+\frac{1}{Z_{13}} & -\frac{1}{Z_{12}} & -\frac{1}{Z_{13}} & 0 \\ -\frac{1}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{12}}+\frac{1}{Z_{24}} & 0 & -\frac{1}{Z_{24}} \\ -\frac{1}{Z_{13}} & 0 & \frac{1}{Z_{24}}+\frac{1}{Z_{34}} & -\frac{1}{Z_{34}} \\ 0 & -\frac{1}{Z_{24}} & -\frac{1}{Z_{34}} & \frac{1}{Z_{24}}+\frac{1}{Z_{34}} \end{pmatrix}$$

Supposons que l'on veuille déterminer la tension à la barre 2. Pour ce faire, nous avons écrit un petit programme qui donne tout les paramètres du réseau de la figure ci haute. . Il se nomme **test_4b(n)**, où n représente le numéro de la barre que l'on désire itérer.
Effectuons observons quelle serait le calcul à effectuer pour la première itération. On impose $V_1 = 1\angle 0$ à la barre d'équilibre.

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} * \left(\left(\frac{S_i^{\ K}}{V_i^{\ K}} \right)^* - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} Y_{ik} * V_k \right) \Rightarrow V_2 = \frac{1}{Y_{22}} * \left(\left(\frac{S_2^{\ K}}{V_2^{\ K}} \right)^* - Y_{21} * V_1 - Y_{23} * V_3 - Y_{24} * V_4 \right)$$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} * \left(\left(\frac{S_2^{\ K}}{V_2^{\ K}} \right)^* - Y_{21} * V_1 - Y_{23} * V_3 - Y_{24} * V_4 \right)$$

Avec :

$$Y_{22} = \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{24}} = \frac{1}{0.01 + j0.1} + \frac{1}{0.02 + j0.2} = 1.4851485 - j14.8515 =$$
$$14.925558\angle -84.289407$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{Z_{12}} = -\frac{1}{0.01 + j0.1} = -0.99009901 + j9.9009901 = 9.950379\angle 95.710593$$

$$Y_{23} = 0$$

$$Y_{24} = -\frac{1}{Z_{24}} = -\frac{1}{0.02 + j0.2} = -0.4950495 + j4.950495 = 4.975186\angle 95.710593$$

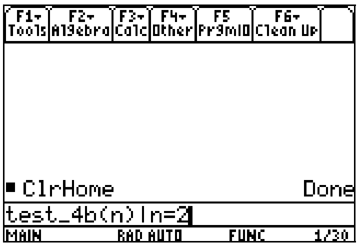
En remplaçant correctement les lettres par leur valeur dans la relation, on trouve :

$$V_2 = \frac{1}{1.4851485 - j14.8515} * \left(\left(\frac{0.8}{1\angle 0} \right)^* - (9.950379\angle 95.710593) * (1\angle 0) - (4.975186\angle 95.710593) * (1\angle 0) \right)$$

$\Rightarrow V_2 = 1.01\angle 3.0242694$ pour la première itération.

Ces calculs sont fastidieux et des erreurs peuvent facilement se glisser surtout si le réseau comprend plusieurs barres.

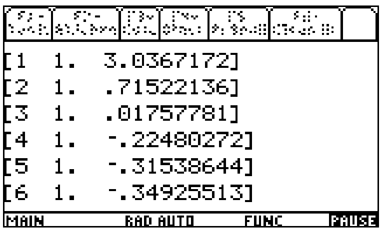
Utilisons maintenant le programme **test_4b(n) avec n = 2** pour déterminer la tension à la barre 2.

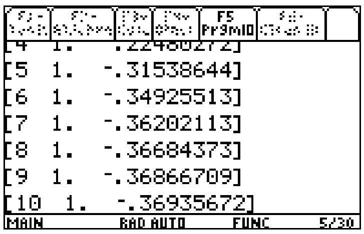


En lançant le programme, l'on obtient les valeurs pour chaque itération qui sont affichées selon le format suivant :

[itération   tension (pu)   angle(en pu)]

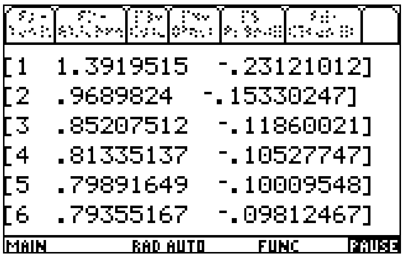
Les angles sont exprimés en degré.

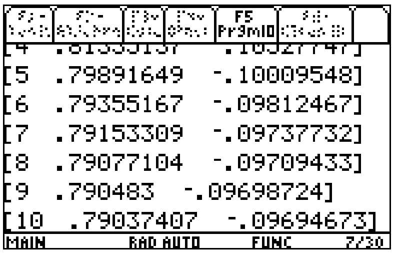




Après dix itérations, la valeur de la tension (module et angle) converge vers 1 avec un angle de -0.4 degré. Il serait aussi possible d'aller voir la puissance délivrée à la barre. Le format d'affichage est le suivant :

[itération   P (en pu)   Q (en pu)]





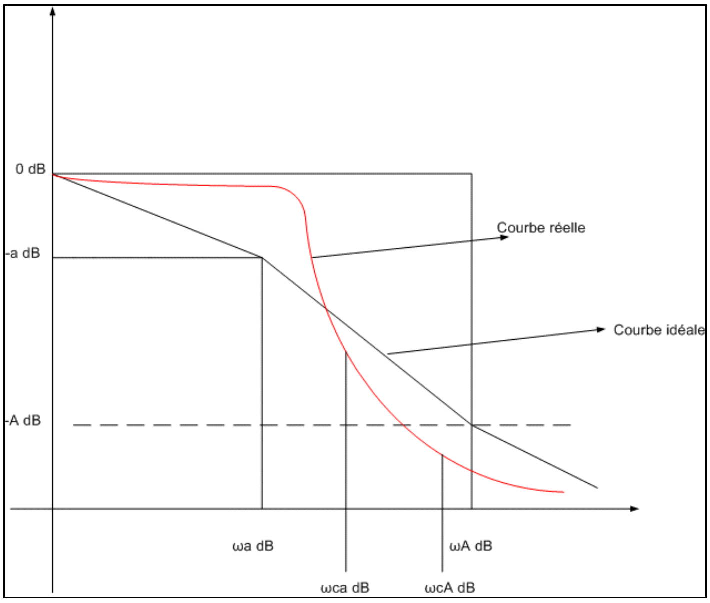
Après dix itérations, la valeur de la puissance est de 0.8 pour la puissance active, et
- 0.097 pour la puissance réactive.

ELE-275 Asservissement linéaire

ELE-430 Conception Filtre analogique

Le cours de conception de filtre analogique est un cours de tronc commun où l'on désire familiariser l'étudiant avec notamment les approximations de Butterworth, de Tchebyscheff, et de Bessel. Le préalable à ce cours est ELE-275 ou l'on étudie les systèmes asservis et les fonctions de transfert. L'un des objectifs de ce cours est de parvenir à obtenir la fonction de transfert d'un filtre à partir de spécifications bien précise. Dans la section qui va suivre, nous allons voir comment obtenir la fonction de transfert d'ordre 2 d'un filtre de Butterworth. Par la suite nous verrons comment il est possible d'étudier cette fonction de transfert dans le domaine fréquentielle.

Supposons que l'on désire un filtre avec les paramètres suivants :



En réalité, la courbe du filtre va passer par deux points de la courbe réelle ω_{ca} et ω_{cA} .

Donnons nous les spécifications suivantes :

Atténuation ωa = 1000 rad/s à -3 dB, donc a = 3 dB

Atténuation ωA = 1700 rad/s à 8 dB, donc A = 8 dB

- On démontre que l'ordre du filtre est donné par la relation suivante :

$$n = \frac{1}{2} * \frac{\log\left(\dfrac{10^{\frac{A}{10}} - 1}{10^{\frac{a}{10}} - 1}\right)}{\log\left(\dfrac{\omega_A}{\omega_a}\right)} = \frac{1}{2} * \frac{\log\left(\dfrac{10^{\frac{8}{10}} - 1}{10^{\frac{3}{10}} - 1}\right)}{\log\left(\dfrac{1700}{1000}\right)} = 1.57 \text{, donc n = 2}$$

- Pour établir la fonction de transfert, il est nécessaire d'obtenir les racines du dénominateur de la fonction de transfert. Ces racines sont données par la relation suivante :

$S_K = e^{j*\left(\frac{-\pi}{2n} + \frac{2K\pi}{2n}\right)} = \Sigma_K + j\Omega_K$ Avec, si n est pair :

$$\Sigma_K = \cos\left(\frac{2k-1}{2n} * \pi\right), \text{ k = 1, 2,3……,2n}$$

$$\Omega_K = \sin\left(\frac{2k-1}{2n} * \pi\right), \text{ k = 1, 2,3……,2n}$$

A titre indicatif, pour n impair les relations sont les suivantes :

$$\Sigma_K = \cos\left(\frac{k-1}{n} * \pi\right), \text{ k = 1, 2,3……,2n}$$

$$\Omega_K = \sin\left(\frac{k-1}{n} * \pi\right), \text{ k = 1, 2,3……,2n}$$

Examinons quelles sont les racines pour un ordre n = 2. On peut démontrer que le nombres total de racine est 2n. Ainsi, dans le cas qui nous intéresse, on obtiendra 4 racines au total.

Pour n = 1 : $S_1 = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$

Pour n = 2 : $S_2 = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + j\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$

Pour n = 3 : $S_3 = \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + j\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$

Pour n = 4 : $S_4 = \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + j\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$

Les pôles sont positionnés sur un cercle. De manière à assurer la stabilité du système, on ne doit garder que les pôle à partie réelle négative, soit ceux situé à gauche de l'axe imaginaire. Dans notre cas, on conservera donc S2 et S3.

Ainsi : $T(S) = \frac{1}{(S - S_2) * (S - S_3)}$

En remplaçant S2 et S3 par leur valeur respective, on obtient :

$$T(S) = \frac{1}{(S - S_2) * (S - S_3)} = \frac{1}{S^2 + \sqrt{2} * S + 1}$$

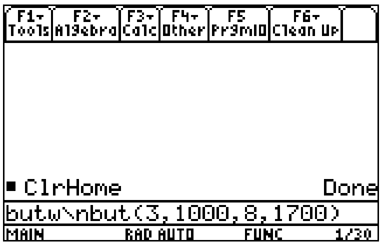
Cette fonction de transfert représente la fonction de transfert dénormalisée du filtre. A partir de cette fonction de transfert, l'on pourrait réaliser d'autres filtres en faisant quelques transformations de fréquence, mais nous n'entrerons pas dans ces détails. Il s'agit d'un filtre passe-bas dans notre exemple.

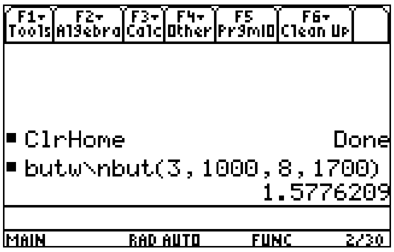
Encore une fois, nous voyons qu'il y a beaucoup de calcul qui entre en considération dans l'élaboration de la fonction de transfert du filtre. Les relations à utiliser sont parfois complexes.

Observons maintenant comment obtenir ces résultats à partir d'un programme.

Pour obtenir l'ordre du système, nous avons programmé la fonction nbut() dont la syntaxe est la suivante :

nbut(a,Ωa,A,ΩA)

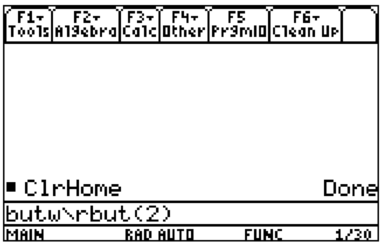


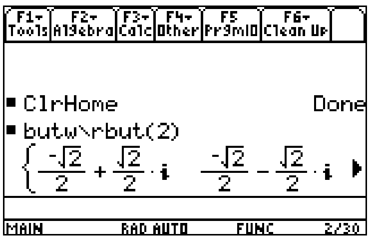


donc n = 2.

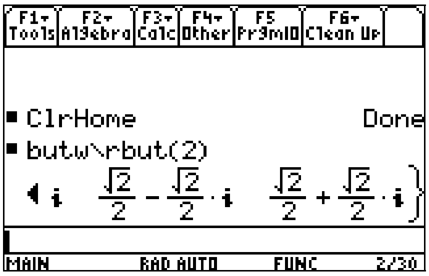
Les racines de la fonction de transfert sont données par la fonction rac_but dont la syntaxe est la suivante :

rbut(n)





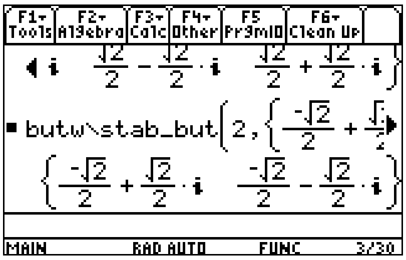
Nous avons ici les racines S2 et S3 obtenues précédemment



Nous avons ici les racines S1 et S4 obtenues précédemment

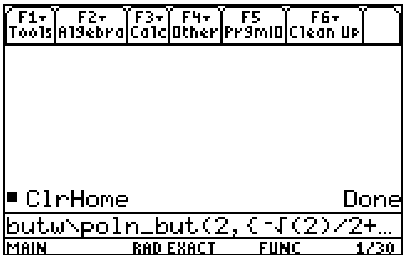
Il faut maintenant stabiliser le système. Pour ce faire, nous avons programmé la fonction stab_but() dont la syntaxe est la suivante :

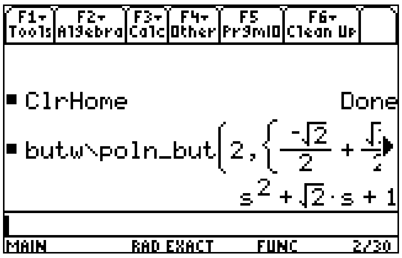
stab_but(n, lrac) où n représente l'ordre du filtre, et lrac, un vecteur contenant les racines complexes obtenues à l'étape précédente. En appellant la fonction, on obtient :



Ce qui nous retourne les racines à parties réelles négatives obtenues précédemment. Il ne nous reste plus qu'à calculer la fonction de transfert du filtre passe-bas. La fonction poln_but() nous calcule le dénominateur de la fonction de transfert du filtre passe-bas. La syntaxe est la suivante :

poln_but(n, lrac) où n représente l'ordre du filtre, et lrac, un vecteur contenant les racines complexes à parties réelles négatives.



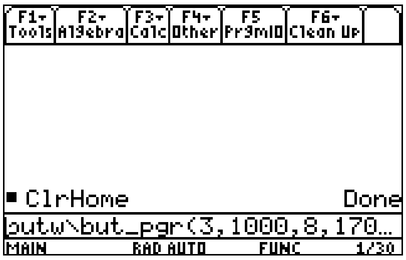


Nous obtenons les résultats que nous avions calculés précédemment.

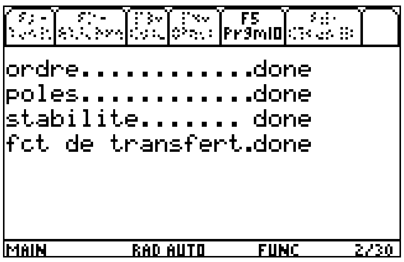
Au lieu de faire toutes les étapes de manières individuelles, nous pouvons aussi utiliser un programme interactif qui nous retourne la fonction de transfert du filtre passe-bas. C'est le programme but_pgr() dont la syntaxe est la suivante :

but_pgr (a,Ωa,A,ΩA)

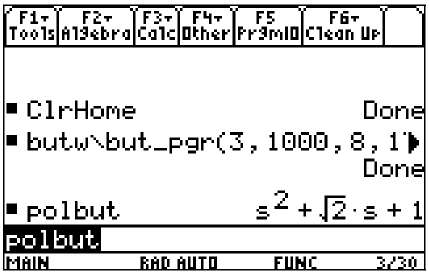
Exécutons alors le programme avec les paramètres que nous désirons pour notre filtre.



Le programme nous indique pour chaque étape de réalisation le succès ou l'échec du calcul.



L'expression du dénominateur de la fonction de transfert du filtre est logée dans une variable nommée polbut qui est accessible dans le repertoire main de la calculatrice. Il suffit d'aller lire cette variable pour avoir l'expression du dénominateur en question.



Nous obtenons les mêmes résultats que précédemment. En fait, le programme fait un appel de fonction pour chaque étape de réalisation du filtre.

Il est intéressant également d'aller étudier la stabilité du système, de même que le diagramme de Bode du système pour bien voir l'allure de la courbe du filtre dans le domaine fréquentielle. Pour ce faire, on peut utiliser un autre programme dont je ne suis par contre pas l'auteur. Il est le fruit du travail de M. Francesco Orabonabremen. Son adresse e-mail est francesco orabremen79infinit0.it.

1 – La stabilité : Pour étudier la stabilité du système, on fait appel au critère de Routh-Hurwitz. La matrice de Routh-Hurwitz nous indique si le filtre est stable ou non. Elaborons la matrice de Routh-Hurwitz.

$$\begin{bmatrix} S^2 & a_n & a_{n-2} \\ S^1 & a_{n-1} & a_{n-3} \\ S^0 & b_{n-2} & b_{n-4} \end{bmatrix}$$

$$a_n = a_2 = 1$$

$$a_{n-1} = a_1 = \sqrt{2}$$

$$a_{n-2} = a_0 = 1$$

$$a_{n-3} = b_{n-4} = 0$$

$$b_{n-2} = -\frac{\begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{bmatrix}}{a_{n-1}} = -\frac{\begin{bmatrix} a_2 & a_0 \\ a_1 & 0 \end{bmatrix}}{a_1} = -\frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}}{\sqrt{2}} = -\frac{(0)-(\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 1$$

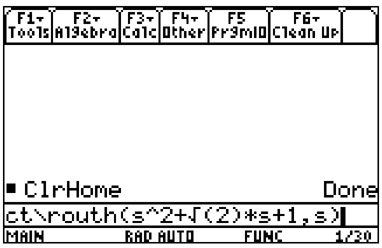
Ce qui donne comme matrice finale :

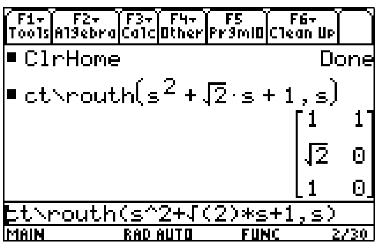
$$\begin{bmatrix} S^2 & 1 & 1 \\ S^1 & \sqrt{2} & 0 \\ S^0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Etant donné que toute les valeurs du tableau sont de même signe, et qu'aucunes d'entre elle n'est nulle, on peut donc conclure à la stabilité du système. Les racines font partie du demi-plan complexe gauche, frontière exclue (c'est-à-dire axe imaginaire jω).

Utilisons maintenant la fonction **routh()** dont la syntaxe est la suivante :

routh (polynôme, variable)

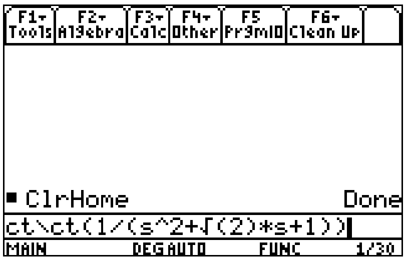


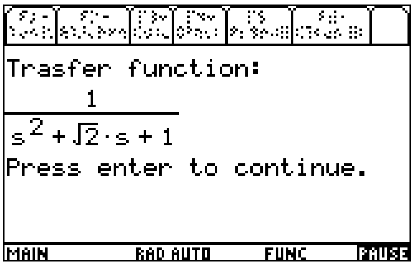


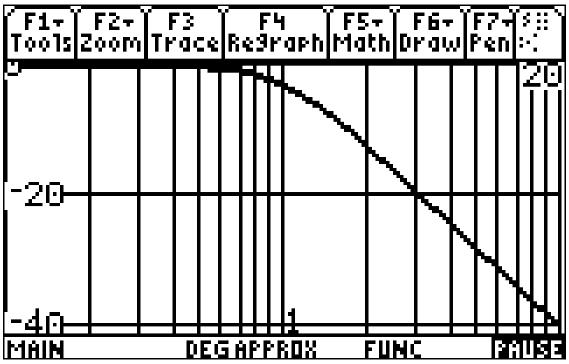
L’on obtient de manière directe les coefficients de la matrice de Routh-Hurwitz qui nous permette de conclure de la stabilité ou non du système. Dans notre exemple, comme dit plus haut, le système est stable.

Pour terminer, l’on peut obtenir le diagramme de Bode de notre filtre en utilisant le programme ct() écrit par M. Francesco Orabonabremen. Il suffit d’indiquer comme argument l’expression de la fonction de transfert de Butterworth obtenue precedement.

ct(fonction de transfert)







Il s’agit bien d’un filtre passe-bas avec une pente de -20 dB par décade étant qu’il s’agit d’un système d’ordre 2.

En conclusion, l'utilisation de ce genre de calculateur est plus que bénéfique pour des études en génie. Dans le présent exposé, nous avons surtout retenu des cours en génie électrique. Cependant, l'on aurait pu étendre notre étude à d'autres disciplines. Néanmoins, leur utilisation ne reste qu'un moyen de vérifier sa compréhension de la matière. Les bases théoriques doivent être parfaitement maîtrisé pour profiter pleinement des programmes, sinon ils ne servent à rien. Il ne suffit pas simplement d'obtenir des résultats : il faut savoir les interpréter et c'est là qu'entre en jeux le rôle de l'ingénieur.

Merci de votre attention

Emmanuel Bois
Montréal, 17 juillet 2004